ISOMETRÍAS LOCALES EN ESPACIOS DE FUNCIONES CONTINUAS: PROBLEMAS, RESULTADOS Y PROBLEMAS

FÉLIZ CABELLO
UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

Abstract. Sean X e Y espacios de Banach y S un subconjunto del espacio de operadores (lineales y continuos) $L(X, Y)$. Un operador T pertenece localmente a S si para cada x de X hay un operador L en S tal que $Tx = Lx$. Tal vez sería más apropiado hablar de operadores "puntualmente en S", pero la tradición es la tradición. Decimos que S es (algebraicamente) reflexivo si todo operador que localmente está en S está de hecho en S. La terminología procede del estudio de las álgebras de operadores y no tiene nada que ver, obviamente, con el significado de la palabra "reflexivo" en espacios de Banach.

Cuando $Y = X$ y S es el grupo de isometrías (lineales y sobreyectivas) de X decimos que T es una isometría local. Análogamente, un automorfismo local de un álgebra de Banach es un operador que coincide con un automorfismo sobre cada punto.

En la charla hablaremos de isometrías y automorfismos locales, con énfasis en el caso $C(K)$. Veremos que, por ejemplo, toda/o isometría/automorfismo local de $C(K)$ es una/un isometría/automorfismo si K es metrizable y los escalares complejos. La necesidad (o no) de las hipótesis se pone a prueba con un florilegio de ejemplos. El caso $C(K) = L\_\infty(\mu)$ resultará ser especialmente interesante, pese a que aquí K está muy lejos de ser metrizable.

Finalmente veremos cómo el estudio de estos operadores "locales" conduce enseguida a partes sorprendentemente diversas de las matemáticas: topología algebraica (invarianza del dominio), topología geométrica (continua exotica), teoría de conjuntos (cardinales medibles y no medibles).