

INTERCAMBIO DE LÍMITES Y MEDIDAS DE NO COMPACIDAD DÉBIL

CARLOS ANGOSTO HERNÁNDEZ
UNIVERSIDAD DE MURCIA

ABSTRACT. La noción de intercambio de límites dobles fue introducida por Grothendieck, y sirve para caracterizar la compacidad débil en espacios de Banach y compacidad puntual en espacios de funciones continuas. Recientemente, esta noción ha sido generalizada a la de ϵ -intercambio de límites. Si H es un conjunto y A un conjunto de funciones de H en un espacio métrico, tendremos que para $\epsilon > 0$, H ϵ -intercambia límites con A si cada vez que tomemos una sucesión (x_n) en H y (f_m) en A y los límites iterados de $f_m(x_n)$ existan, estos disten entre sí a lo sumo ϵ . Si X es un espacio de Banach, $A = BX^*$ y H un subconjunto acotado de X , esta noción se puede relacionar con ciertas medidas de no compacidad débil. A partir de aquí hemos obtenido versiones cuantitativas de algunos teoremas clásicos de compacidad débil, como son el teorema de Grothendieck sobre compacidad débil y puntual en $C(K)$, o el teorema de Gantmacher sobre operadores débilmente compactos. Este último resultado podemos resumirlo en que para un operador T de X en Y , si $d(H, Z) = \sup_h \inf_z d(h, z)$, se tiene que

$$d(cl_{w^*}T(BX), Y)/2 \leq d(cl_{w^*}T^*(B_{Y^*}), X^*) \leq 4d(cl_{w^*}T(B_X), Y).$$