

# INTERCAMBIO DE LÍMITES Y MEDIDAS DE NO COMPACIDAD DÉBIL

CARLOS ANGOSTO HERNÁNDEZ  
UNIVERSIDAD DE MURCIA

ABSTRACT. La noción de intercambio de límites dobles fue introducida por Grothendieck, y sirve para caracterizar la compacidad débil en espacios de Banach y compacidad puntual en espacios de funciones continuas. Recientemente, esta noción ha sido generalizada a la de  $\epsilon$ -intercambio de límites. Si  $H$  es un conjunto y  $A$  un conjunto de funciones de  $H$  en un espacio métrico, tendremos que para  $\epsilon > 0$ ,  $H$   $\epsilon$ -intercambia límites con  $A$  si cada vez que tomemos una sucesión  $(x_n)$  en  $H$  y  $(f_m)$  en  $A$  y los límites iterados de  $f_m(x_n)$  existan, estos disten entre sí a lo sumo  $\epsilon$ . Si  $X$  es un espacio de Banach,  $A = BX^*$  y  $H$  un subconjunto acotado de  $X$ , esta noción se puede relacionar con ciertas medidas de no compacidad débil. A partir de aquí hemos obtenido versiones cuantitativas de algunos teoremas clásicos de compacidad débil, como son el teorema de Grothendieck sobre compacidad débil y puntual en  $C(K)$ , o el teorema de Gantmacher sobre operadores débilmente compactos. Este último resultado podemos resumirlo en que para un operador  $T$  de  $X$  en  $Y$ , si  $d(H, Z) = \sup_h \inf_z d(h, z)$ , se tiene que

$$d(cl_{w^*}T(BX), Y)/2 \leq d(cl_{w^*}T^*(B_{Y^*}), X^*) \leq 4d(cl_{w^*}T(B_X), Y).$$