

APELLIDOS:

NOMBRE:

	CIERTO	FALSO
Una pregeodésica es un curva regular dibujada en una superficie, que reparametrizada por el arco, es geodésica.	☒	☐
En cualquier superficie siempre hay curvas cuya curvatura de Frenet coincide con el valor absoluto de su curvatura geodésica	☐	☐
Una linea de curvatura plana es siempre pregeodésica	☐	☐
Hay superficies compactas con todos sus puntos hiperbólicos	☐	☐
Una recta dibujada sobre una superficie siempre es pregeodésica.	☐	☐
En cualquier superficie siempre hay curvas cuya curvatura de Frenet coincide con el valor absoluto de su curvatura normal.	☐	☐
La esfera menos un punto es difeomorfa a un plano.	☐	☐
Cada punto de cualquier superficie tiene un entorno que es isométrico a un abierto de un plano.	☐	☐
Hay superficies conexas que tienen puntos elípticos e hiperbólicos pero no tienen puntos parabólicos ni planos.	☐	☐
El vector $\xi=(1, 1, 1)$ es tangente a la superficie de ecuación $xyz^2=1$ en el punto $p=(1, 1, -1)$	☐	☐
El conjunto de puntos de $\mathbb{R}^3$ descritos por la ecuación $xy+z^2=0$ no es una superficie	☐	☐

Cada respuesta acertada vale 0,2 puntos.

Cada respuesta fallada descuenta 0,2 puntos,

La nota final está entre -2 y +2 puntos.



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS

Ejercicios del ALUMNO

APELLIDOS _____		
NOMBRE _____	D.N.I. nº. _____	
ASIGNATURA _____		GRUPO _____
CURSO _____	Nº DE MATRICULA _____	FECHA _____

GEOMETRIA DE CURVAS Y SUPERFICIES

Examen final de Febrero

Curso 2010-11

PRIMERA PARTE: de 09:30 a 10:30

Teoría (1,5 puntos)

Plano tangente a una superficie en un punto: Definición. Coordenadas de un vector tangente respecto a una parametrización.

¿Como cambian las coordenadas de un vector al cambiar de parametrización?

Aplicación: (1,5 puntos)

Sea M el plano $z = 0$ de $\mathbb{R}^3$. En las coordenadas polares

$$P : \begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \\ z = 0 \end{cases}$$

calcular las coordenadas intrínsecas (λ, μ) del vector $\xi = (2, 1, 0) \in T_p M$, siendo $p = (1, 2, 0)$.



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS

Ejercicios del ALUMNO

APELLIDOS _____		
NOMBRE _____	D.N.I. nº. _____	
ASIGNATURA _____	GRUPO _____	
CURSO _____	Nº DE MATRICULA _____	FECHA _____

GEOMETRIA DE CURVAS Y SUPERFICIES

Examen final de Febrero

Curso 2010-11

SEGUNDA PARTE: de 11:00 a 13:30

Ejercicio (5 puntos)

- 1) Demostrar que el conjunto de los puntos (x, y, z) de $\mathbb{R}^3$ tales que $z(x^2 + y^2) = 1$ es una superficie M .
- 2) Probar que todos los puntos de M son hiperbólicos.
- 3) Determinar en el punto $p = (-1, 0, 1) \in M$ el plano tangente $T_p M$, direcciones y curvaturas principales y las direcciones asintóticas.
- 4) Determinar ecuaciones paramétricas de las dos líneas asintóticas que pasan por p .
- 5) Demostrar que la curva α intersección de M con el plano de ecuación $z = 1$, pasa por el punto p y calcular en este punto su curvatura normal.
- 6) ¿Es α pregeodésica de M ?
- 7) Demostrar que la intersección de M con el plano $y = 0$ da lugar a dos pregeodésicas.
- 8) Probar que una de estas pregeodésicas pasa por el punto p . Calcular en dicho punto su curvatura de Frenet.
- 9) Probar que M es difeomorfa al cilindro de ecuación $x^2 + y^2 = 1, z > 0$.
- 10) ¿Es M isométrica al cilindro? Justificar la respuesta.