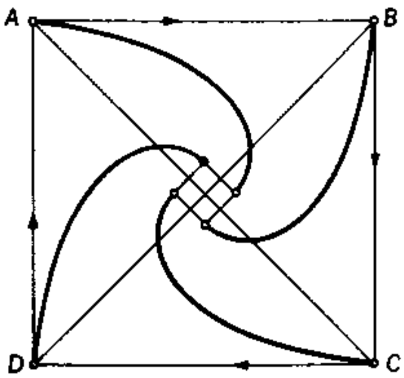
PROBLEMAS ABIERTOS DE GEOMETRIA DIFERENCIAL

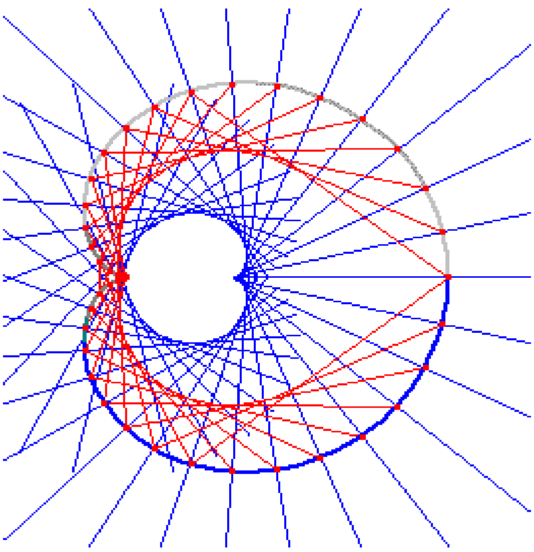
Todas las curvas y superficies se considerarán de clase infinito

1. Representar las siguientes curvas expresadas en polares en $\mathbb{R}^2$ (con $a \in \mathbb{R}^+$ y n un entero positivo) $\rho(\theta) = 2\cos n\theta + a$, $\rho(\theta) = a \sec \frac{\theta}{3}$.

2. **A**ntonio, **B**eatriz, **C**arlos y **D**iana, están situados respectivamente sobre los cuatro vértices A, B, C, y D de un cuadrado recorrido en sentido contrario a las agujas del reloj, con 300 metros de lado. **A**ntonio ama a **B**eatriz, **B**eatriz a **C**arlos, **C**arlos a **D**iana, y finalmente **D**iana ama a **A**ntonio. Cada uno de ellos empieza a moverse apuntando en cada instante en dirección y sentido hacia su amado, a la velocidad de $1m/seg$. Naturalmente, todos llegan a la vez al centro del cuadrado *¿porqué?*, y hacen cama redonda *¿porqué?. ¿Cuanto tiempo tardan en encontrarse?. Probar que cada uno de ellos describe una espiral logaritmica. Calcular su longitud, y su curvatura* (en función del camino recorrido en cada instante).



3. Demostrar que la evoluta de una cardioide es otra cardioide



4. Demostrar que hay una espiral logaritmica que es evoluta de si misma ¿Hay algun otro tipo de curva que sea evoluta de si misma?

5. Demostrar que las curvas con ecuación intrínseca $\kappa = 1/s$ son espirales logarítmicas.

6. Demostrar que el conocimiento del vector normal $N(s)$ de una curva α cuya torsión nunca es nula, determina la curvatura $\kappa(s)$ y la torsión $\tau(s)$ de α, y por tanto determinan la curva salvo movimientos.

7. Sea M una superficie y $S \subset M$ un subconunto no vacio. Probar que S es abierto de M, si y solo si S es superficir.

8. Demostrar que la superficie tangencial generada por una espiral logarítimica situada en el plano $z = 0$ que se *enrolla* en el origen $(0, 0, 0)$ es todo el plano menos el origen.

9. ¿Es superficie la *superficie tangencial* generada por la curva $x = \sin t$, $y = \cos t$, $z = t$?