

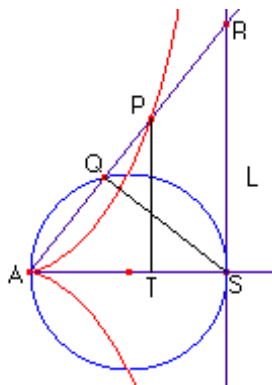
PROBLEMAS DE GEOMETRIA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES (Curso 11-12)

1. **Cicloide:** Parametrizar la curva que describe un punto del borde de un disco de radio $r > 0$, que rueda sin deslizar a lo largo de una recta. Determinar los puntos singulares. Realizar la parametrización también cuando el punto está dentro o fuera del disco.
2. Parametrizar la curva que describe un punto del borde de un disco de radio $r > 0$, que rueda sin deslizar alrededor de un disco de radio $R \geq r$.
3. ★ Continuando con el problema anterior, Considerar también el caso de que la circunferencia pequeña rueda *por dentro* de la grande. Estudiar especialmente, y dibujar los casos $R = r$, $R = 2r$, y $R = 4r$
4. **Tractriz:** sea $\alpha: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida como

$$\alpha(t) = \left(\sin t, \cos t + \log \tan \frac{t}{2} \right)$$

Estudiar lo(s) punto(s) singular(es) de α . Demostrar que la longitud del segmento de la tangente a la tractriz entre el punto de tangencia y el eje OY es constantemente 1. ¿Cual es la interpretación geométrica del parámetro t ?

5. ★ **Cisoide:** Consideramos una circunferencia $\mathcal{C}$, y una recta L tangente a ella. Sea S es el punto de tangencia, y A es el punto diametralmente opuesto, se define la cisoide de la siguiente manera: Si R es un punto movil a lo largo de L , y Q es la intersección de $\mathcal{C}$ con el



segmento AR , la cisoide es el lugar geométrico de los puntos P en AR tales que $d(A, P) = d(Q, R)$. Tomando un sistema de coordenadas centrado en A donde $L: (x = 2a)$, determinar la ecuación implícita de la cisoide, y probar que una parametrización es

$$\alpha(t) = \left(\frac{2at^2}{1+t^2}, \frac{2at^3}{1+t^2} \right)$$