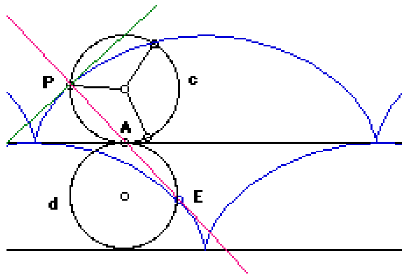
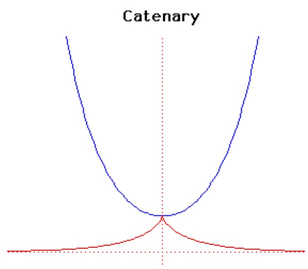
15. Demostrar que el segmento que une un punto arbitrario P de una cicloide con el centro de curvatura E correspondiente a ese punto se biseca por la base A de la cicloide.



Demostrar que su evoluta es otra cicloide congruente.

16. Calcular el parámetro arco de la catenaria $\alpha(t) = (t, cosh\ t)$ y probar que una evolvente suya es una tractriz.



17. Demostrar que la evoluta de la espiral logarítmica del ejercicio 12 es otra espiral logarítmica congruente.

18. Demostrar que la curvatura k_α en valor absoluto de una evolvente $\alpha(s) = \beta(s) + (C - s)\beta'(s)$ de β viene dada por la fórmula:

$$|k_\alpha(s)| = \frac{1}{|C - s|}$$

supuesto que s es el parámetro arco de β. Interpretarlo geométricamente ¿Que es lo paradógico de este resultado?.

19. Parametrizar por el arco la helice $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = bt$, ($a > 0$, $b \neq 0$ constantes) y determinar en cada punto, el triedro de Frenet, la curvatura y la torsión. Demostrar que la recta normal en cada punto corta ortogonalmente al ej Oz.

20. Sea α una curva regular cuya traza está sobre una esfera de radio r. Probar que es de Frenet, y que su curvatura cumple $\kappa \geq 1/r$. Demostrar que todos los planos afines normales a la curva, pasan por el centro de la esfera.