Algebra Lineal. Grupo B. 19/01/2018. Primer Parcial

Duración: 3 horas. Instrucciones: Entrega las respuestas en orden: primero la pregunta 1, después la pregunta 2, etc. Empieza una hoja de papel con cada pregunta. Cuando uses enunciados o definiciones tratados en clase, EXPLÍCALO CONCISAMENTE. Se valorará la precisión, la claridad y completitud de los argumentos y el buen uso de la lengua. ***No está permitido el uso de ningún aparato electrónico personal (móvil, calculadora, etc.)*** *El examen está valorado en 10 puntos.* $\mathbb{K}$ denota un cuerpo.

1. (1.5 puntos) Halla y demuestra, en función de n, el valor Δ_n del determinante de la matriz

$$A_n = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & & \vdots \\ 0 & -1 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in M_n(\mathbb{K}).$$

Si $A_n = (a_{ij})$, ¿ cuánto vale a_{ij}? Tus respuestas aquí: $\Delta_n =$, $a_{ij} =$

2. (1 punto) Completa la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 9 & u \\ 4 & 8 & t \\ x & y & z \end{pmatrix}$ de modo que el rango de A^T sea 2. El conjunto de soluciones (x, y, z, t, u) ¿forma un espacio vectorial? Justifica la respuesta. Tus respuestas aquí: valores de $x, y, z, t:$, Espacio vectorial: SI, NO (rodea lo correcto)

3. (1 punto) Demuestra que $U = \left\{ \begin{pmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{pmatrix} : z, w \in \mathbb{C} \right\}$ es un espacio vectorial real de dimensión 4.

4. (1 punto) Da ejemplos de subespacios vectoriales U, W de $\mathbb{K}^n$, con $\dim U = n-1$ y $\dim W = n-2$, en los siguientes casos:

a. $U + W = \mathbb{K}^n$ y $U \cap W \neq \{0\}$
b. $U + W \neq \mathbb{K}^n$
c. $W \subseteq U$.

En cada caso ¿qué valores de $n \in \mathbb{N}$ son válidos? Tus respuestas aquí:

a. $U =$, $W =$, $n =$
b. $U =$, $W =$, $n =$
c. $U =$, $W =$, $n =$

5. (1.5 puntos) Sea $f : \mathbb{K}^3 \to \mathbb{K}^2$ la aplicación dada por $f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \end{pmatrix}$.

Halla

a. una base del núcleo de f,
b. una base del espacio $\mathbb{K}^3/\ker f$,

c. la matriz de f respecto de las bases B y $B_{c,2}$, donde $B = (e_1 + e_2, e_3, e_2)$, $B_{c,2}$ es la base canónica de $\mathbb{K}^2$ y $B_{c,3} = (e_1, e_2, e_3)$ es la base canónica de $\mathbb{K}^3$.

Tus respuestas aquí:

a.

b.

c.

6. (TEORÍA 3 puntos) Si V es un espacio vectorial euclídeo de dimensión finita y W es un subespacio de V, demuestra que $W \oplus W^{\perp} = V$. (Define los siguientes términos: espacio vectorial euclídeo, suma directa y subespacio perpendicular a un subespacio dado).