Apellidos y Nombre:

DNI:

Número de hojas:

Álgebra Lineal. Doble grado en Economía, Estadística y Matemáticas. 09/01/2020. Primer Parcial

Duración: 3 horas. Instrucciones: (1) Entrega las respuestas en orden: primero la pregunta 1, después la pregunta 2, etc. (2) Empieza una hoja de papel con cada pregunta. (3) Cuando uses enunciados o definiciones tratados en clase, explícalo concisamente. (4) Se valorará la precisión, la claridad y completitud de los argumentos y el buen uso de la lengua. (5) No está permitido el uso de ningún aparato electrónico personal (móvil, calculadora, etc.) (6) El examen está valorado en 10 puntos. $\mathbb{K}$ denota un cuerpo.

1. (TEORÍA) En un espacio vectorial V de dimensión finita sobre $\mathbb{K}$:

a. (1.5 puntos) define subespacio vectorial, suma de dos subespacios e intersección de dos subespacios,
b. (1.5 puntos) demuestra la fórmula de Grassmann: $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W) + \dim(U + W)$.

2. (2 puntos) En función de $n \in \mathbb{N}$, halla (con demostración) el valor del determinante Δ_n de orden n y la entrada general a_{ij} de la matriz dada

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 2 & 0 \\ \vdots & & \iddots & & \vdots \\ 0 & n-1 & 0 & \cdots & 0 \\ n & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{vmatrix}.$$

3. (0.8 puntos) Según los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$, halla la dimensión del subespacio generado por los vectores $v_1 = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ a^2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

4. (2.1 puntos) Se considera la aplicación lineal $f : \mathbb{K}^4 \to \mathbb{K}^3$ dada por $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$.

Se pide (a) ecuaciones implícitas de la imagen del subespacio generado por $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ y su dimensión, (b) ecuaciones implícitas de la preimagen del subespacio generado por $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y su dimensión y (c) matriz de f respecto de las bases $\mathcal{B}, \mathcal{B}_c$ donde $\mathcal{B} = (u, e_1 + e_3, e_3 + e_4, e_4)$.

5. (2.1 puntos) En $M_3(\mathbb{K})$ se considera el subespacio W generado por las matrices $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e I. (a) ¿Son isomorfos los espacios $M_3(\mathbb{K})/W$ y $M_{3\times 2}(\mathbb{K})$? ¿Por qué? En caso afirmativo, da un isomorfismo $f : M_3(\mathbb{K})/W \to M_{3\times 2}(\mathbb{K})$. (b) Da un elemento no nulo de W^*.