Algebra Lineal. Grupo B. 28/05/2018. Segundo Parcial

Duración: 3 horas. Instrucciones: Entrega las respuestas en orden: primero la pregunta 1, después la pregunta 2, etc. Empieza una hoja de papel con cada pregunta. Numera todas las hojas y anota el total de hojas que entregas. Cuando uses enunciados o definiciones tratados en clase, EXPLÍCALO CONCISAMENTE. Se valorará la precisión, la claridad y completitud de los argumentos y el buen uso de la lengua. ***No está permitido el uso de ningún aparato electrónico personal (móvil, calculadora, etc.). Se pueden usar 5 hojas–resumen que satisfagan los requerimientos publicados en el Campus Virtual.*** *El examen está valorado en 10 puntos.* $\mathbb{K}$ denota un cuerpo.

1. (1.7 puntos) Demuestra que e_1 es autovector de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y que el núcleo de $A - 2I$ tiene dimensión 1. Calcula una matriz B tal que e_2 es autovector de B, el núcleo de $B - 2I$ tiene dimensión 1 y B es semejante a A. ¿Es B única?

2. (1.8 puntos) Hallar la matriz R de la rotación en $\mathbb{R}^3$ de eje E generado por el vector $v = e_1 + e_3$ y pasa por el origen, amplitud 45° y sentido negativo.

3. (1.8 puntos) En el espacio afín euclídeo $\mathbb{R}^4$, se consideran los planos afines

$$L : \begin{cases} x + y + z &= 0 \\ y + z + t &= 8 \end{cases} \qquad L' : \begin{cases} x + y + z &= 1 \\ t &= 8 \end{cases}$$

Halla la posición relativa de ambos: ¿se cortan, son paralelos o se cruzan? Halla la distancia entre ambos.

4. (1.7 puntos) Sea ϕ_a la forma cuadrática asociada a la matriz real $A_a = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix}$. Determina, en función de a, la signatura de ϕ_a y la familia de los vectores $v_a \in \mathbb{R}^3$ tales que $\phi_a(v_a) = 0$. Los extremos de dichos vectores, ¿ forman una superficie de algún tipo conocido? ¿Para qué valores de a proporciona ϕ_a un producto escalar?

5. (3 puntos) TEORÍA. Dada $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^2$ cónica afín euclídea, explica cómo mediante, a lo sumo, un giro y una traslación, se obtiene una ecuación reducida de $\mathcal{C}$. Define ecuación reducida.