Algebra Lineal. Grupo B. 28/06/2018. Examen Extraordinario de Junio

Duración: 3 horas. Instrucciones: Entrega las respuestas en orden. Empieza una hoja de papel nueva con cada pregunta. Cuando uses enunciados o definiciones tratados en clase, EXPLÍCALO CONCISAMENTE. Se valorará la precisión, la claridad y completitud de los argumentos y el buen uso de la lengua. ***No está permitido el uso de ningún aparato electrónico personal (móvil, calculadora, etc.) Se pueden usar 5 hojas–resumen que satisfagan los requerimientos publicados en el Campus Virtual.*** *El examen está valorado en 10 puntos.*

$\mathbb{K}$ denota un cuerpo.

1. (1 punto) Halla las raíces la ecuación $\Delta_n(x) = 0$, donde x es una indeterminada y $\Delta_n(x)$ es el siguiente determinante de orden $n+1$

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 1-x & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 2-x & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 2 \\ 2 & 2 & \cdots & 2 & n-x \end{vmatrix}.$$

Escribe la entrada general a_{ij} de la matriz dada.

2. (3 puntos: TEORÍA) Sean $f : V \to V'$ una aplicación lineal entre espacios vectoriales de dimensión finita n, m resp. Sean $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ bases de V y $\mathcal{B}$ base de V'. Define y explica

a. coordenadas de un vector $v \in V$ respecto de $\mathcal{B}_1$,
b. matriz de cambio de base de $\mathcal{B}_1$ a $\mathcal{B}_2$,
c. matriz de f respeto de $\mathcal{B}_1$ y $\mathcal{B}$,
d. matriz de f respeto de $\mathcal{B}_2$ y $\mathcal{B}$. Relaciona las matrices de los distintos apartados.

3. (2 puntos) Sea $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -4 \\ 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

a. Estudia si la matriz B es diagonalizable, halla su matriz de Jordan J y una matriz de paso P tal que $J = P^{-1}BP$.
b. Para la aplicación lineal $f : \mathbb{K}^3 \to \mathbb{K}^3$ tal que $x \mapsto Bx = y$, calcula la imagen inversa del subespacio $y_1 + y_2 + y_3 = 0$ y su dimensión.

4. (2 puntos) Se considera el movimiento helicoidal h que consiste en la rotación $r_{E,60}$ de $60°$ y sentido positivo alrededor de la recta E de ecuaciones $x_1 = 1, x_2 = -1$ seguido de la traslación t_w de vector $w = (0,0,1)^T$. Halla una expresión matricial de h. Halla la imagen de la recta determinada por los puntos $(1,0,0)$ y $(0,1,0)$ mediante h.

5. (2 puntos) Dada la cónica $\mathcal{C}$ de ecuación $3x^2 - 4xy + 8x - 1 = 0$, mediante, a lo sumo, un giro de ejes y una traslación, halla el tipo de cónica y sus focos en todos los sistemas de referencia utilizados.