## Apellidos:

## DNI, firma y número de hojas:

## Algebra Lineal. Doble grado en Economía, Estadística y Matemáticas. 09/2020. Convocatoria Extraordinaria de Septiembre

Duración: 3 horas. Instrucciones: Entrega las respuestas en orden: primero la pregunta 1, después la pregunta 2, etc. Empieza una hoja de papel con cada pregunta. Cuando uses enunciados o definiciones tratados en clase, explícalo concisamente. Se valorará la precisión, la claridad y completitud de los argumentos y el buen uso de la lengua. No está permitido el uso de ningún aparato electrónico personal (móvil, calculadora, etc.) Está valorado en 10 puntos. JUSTIFICA TUS RESPUESTAS.  $\mathbb K$  denota un cuerpo.

1. (2 puntos) Para  $n \ge 2$  demuestra que el valor del determinante (de orden n)  $\Delta_n$  es  $x^n + (-1)^{n+1}y^n$  y halla la entrada general  $a_{ij}$  de la matriz dada.

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} x & y & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & x & y & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & x & y \\ y & 0 & \cdots & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}$$

2. (2 puntos) Consideremos  $f, g \in (\mathbb{K}^4)^*$  dadas por  $f(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  y  $g(x) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4$ . (a) Halla la dimensión del espacio  $\mathbb{K}^4/(\ker(f) \cap \ker(g))$ . (b) ¿Son isomorfos  $\mathbb{K}^4/(\ker(f) \cap \ker(g))$  y  $\ker(f) \cap \ker(g)$ ? RODEA: SÍ NO. En caso afirmativo, da un isomorfismo.

**3.** (1 punto) Calcula 
$$A^n$$
, donde  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

4. (3 puntos) En  $\mathbb{R}^3$  con el sistema de referencia canónico, consideremos el movimiento helicoidal h que consiste en la rotación  $r_{E,120}$  de 120° y sentido positivo alrededor de la recta E de ecuaciones  $x_1 = x_2 = -x_3$  seguido de la traslación  $t_w$  de vector  $w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ . (a) Halla la matriz de h respecto de los sistemas de referencia

canónicos. (b) Halla ecuaciones paramétricas de la imagen mediante h de la recta L de ecuaciones  $\begin{cases} x_1 - x_2 = 2, \\ x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$ 

(c) Halla la distancia entre E y L.

5. (2 puntos) Consideremos la cónica real afín euclídea  $\mathcal{C}$  dada por la ecuación  $x^2 + 18x + 81 - y^2 + \epsilon = 0$ . (a) Halla el centro (si lo tiene), excentricidad y vértice(s) en los casos  $\epsilon = \pm \pi$ . ¿Qué es  $\mathcal{C}$ ? RODEA: elipse hipérbola parábola par de rectas que se cortan par de rectas paralelas recta doble un punto el vacío. (b) Haz una buena representación gráfica de  $\mathcal{C}$  en los mismos casos. **TUS SOLUCIONES AQUÍ ABAJO**:

$$a_{ij} = \dim \mathbb{K}^4/(\ker(f) \cap \ker(g)) = \text{isomorfismo}$$
 $A^n = Matriz de h \qquad h(L) = d(E, L) = Centro \qquad Excentricidad \qquad Vértices \qquad (caso  $\epsilon = \pi$ )

Centro \quad Excentricidad \quad Vértices \quad (caso  $\epsilon = -\pi$ )$