Historia de las Curvas

M.J. de la Puente
Dpto. Álgebra, Fac. Matemáticas, UCM, Madrid
mpuente@mat.ucm.es
Seminario de Historia de las Matemáticas 2014–15



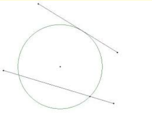




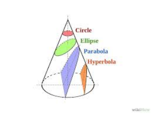

PROBLEMAS–FUENTE Y APLICACIONES

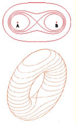
- los Tres Problemas de la Antigüedad
  - Cuadratura del círculo
  - Trisección del ángulo
  - Duplicación del cubo ¡con regla y compás!
- Astronomía (órbitas: ¿circunferencias, o epiciclos, o elipses?)
- Perspectiva (cónicas)
- Óptica (caústicas)
- Mecánica (braquistócrona, tautócrona, catenaria, curvas de persecución, etc.)
- Tecnología (relojes pend., tornillo de Arquímedes, criptografía, etc.)
- Cálculo de longitudes y áreas $\rightsquigarrow$ cálculo integral
- Conjetura de Fermat: si $n \geq 3$, las soluciones enteras de la ecuación $x^n + y^n = z^n$ son triviales.

CURVAS EN GRECIA

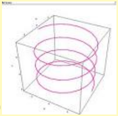


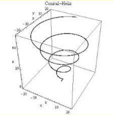
- Lugares geométricos. Datos: puntos, rectas y distancias
- Secciones de sólidos:
  - cono $\rightsquigarrow$ cónicas
  - toro $\rightsquigarrow$ curvas de Perseo

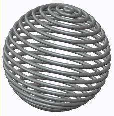




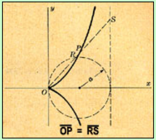
- Curvas sobre sólidos:
  - cilindro $\rightsquigarrow$ hélice (cilíndrica)
  - cono $\rightsquigarrow$ hélice (cónica)
  - esfera $\rightsquigarrow$ hélice (esférica)



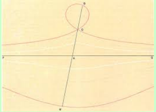




- Secciones cónicas:
  - Menecmo (350 AC aprox.)
  - Apolonio de Perga (225 AC aprox.): $y^2 = px + qx^2$
    - si $q = 0 \rightsquigarrow$ parábola
    - si $q > 0 \rightsquigarrow$ hipérbola
    - si $q < 0 \rightsquigarrow$ elipse
- Lugares geométricos:
  - Cisoide de Diocles (contemporáneo de Apolonio)
    $y^2(2r - x) - x^3 = 0, \quad r > 0$ dado



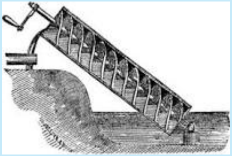
  - Conchoide de Nicomedes (250 AC aprox.)
    $(y^2 + x^2)(d - x)^2 - k^2x^2 = 0, \quad k, d > 0$ dados

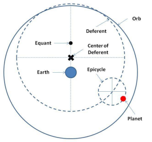


¡las primeras singularidades de la historia!

CURVAS EN GRECIA (ULT.)

Con las curvas anteriores se puede trisecar el ángulo y duplicar el cubo
Arquímedes de Siracusa (287–212 AC)

- Hélice cilíndrica 
- Espiral de Arquímedes, $r = a\theta, \quad a > 0$ dado, coord. polares
- Epiciclos de Hiparco de Rodas (190–120 AC)

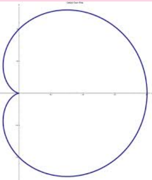


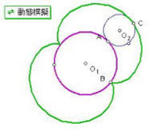
INTERMEDIO: CICLOIDES Y TROCOIDES

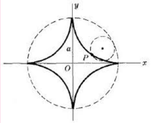
- r radio circunferencia móvil, r' radio circunferencia fija, P punto
- epi: por fuera, hipo: por dentro
- cicloides: P sobre la circunf.
- trocoides: P en interior del círculo

Famosas:

- Cardioide, es epicicl., $r/r' = 1$, La Hire, 1708
- Nefroide, es epicicl., $r/r' = 1/2$, Proctor, 1878
- Deltoide, es hipocicl., $r/r' = 1/3$, Euler 1745, Steiner 1857
- Astroide, es hipocicl., $r/r' = 1/4$, Johann Bernoulli 1692, Leibniz 1715







¿Son algebraicas? estas sí

LAS CONTRIBUCIONES DEL S. XVII

- Galileo (1564–1642) y su entorno
  - Cavalieri (1598–1647), coordenadas polares, método de los indivisibles
  - Cassini (ca. 1625–1712), astrónomo, Óvalos de Cassini: $\overline{PA}\ \overline{PB} = c^2$, A, B puntos dados, $c > 0$ dado, ¿es órbita?
  - E. Torricelli (1608–1647), cuadratura cicloide, 1643 y construcción de una r. tan. a cicloide, 1644, rectificación arco espiral log.
- Círculo de M. Mersenne (1588–1648)
  - Desargues (1593–1662), cónicas y geom. proyectiva
  - Descartes (1596–1650), La Géométrie 1637, Idea: reducir prob. geométrico a prob. algebraicoFolium de Descartes: $x^3 + y^3 - 3xy = 0$
  - Fermat (1601–1665), ejes coord. rectang., ecs. de rectas y cónicas, otras curvas: $r^n = a\theta$ (coord. polares), $x^n = 2ay$ (coord. cartes.)
  - B. Pascal (1623–1662), Essay pour les coniques 1640
  - G.P. de Roberval (1602–1675)cuadratura bajo arco cicloide es 3 veces la de circ. gener.

Disputa entre Roberval y Torricelli por prioridad

LAS CONTRIBUCIONES DEL S. XVII (CONT.)

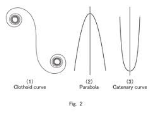
- Escuela inglesa
  - Newton (1642–1727), en Enumeratio linearum tertii ordinis 1695, clasificación de las cúbicas planas (afines) en 72 casos! y faltan 6!! completado por Stirling Lineae tertii ordinis Newtonianae1717 resultados sobre asíntotas De quadratura curvarum 1693, cuadratura=medir área
  - W. Neil (1637–1670) $y^2 = x^3$, rectificación=medir longitud
  - J. Wallis (1616–1703), publica resultado de Neil en De Cycloide 1659.
- J. de Witt (Holanda 1625–1672), Elementos de Curvas 1649, 1660 es comentario a Geometría de Descartes Cambio de ejes en cónica para obtener ec. reducida

LA HELENA DE LA MATEMÁTICA (Y OTRAS BELLEZAS)

Trayectoria de una masa puntual que se mueve entre dos puntos dados A, B de un campo gravitacional, con A más alto que B y CIERTAS CONDICIONES. ¡Competición por ser el primero!

- Braquistócrona o curva del DESCENSO MÁS RÁPIDO desde A hasta B, Johann Bernoulli (1667–1748) $\rightsquigarrow$ es un arco de cicloide
- Tautócrona (o Isócrona) o curva que traza A cuando cae hasta B en un TIEMPO QUE NO DEPENDE DE LA POSICIÓN DE A, Huygens (1629–1695) $\rightsquigarrow$ es un arco de cicloide. Además, evoluta de cicloide es cicloide similar $\rightsquigarrow$ péndulo que describa cicloide, no circunferencia, $\rightsquigarrow$ evolutas e involutas. Rectificación: arco de cicloide mide 4r (tb. Roberval)

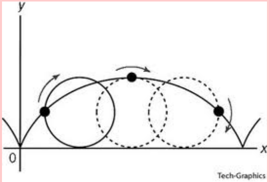
LA HELENA DE LA MATEMÁTICA (Y OTRAS BELLEZAS) (CONT.)

- Catenaria 

Leibniz, Huygens y Johann Bernoulli, 1691 $\rightsquigarrow$ NO es cicloide sino coseno hiperbólico: $y = \cosh(x) = (e^x + e^{-x})/2$

UN CONCURSO SOBRE LA CICLOIDE

- B. Pascal 1658, dolor de muelas $\rightsquigarrow$ cicloide $\rightsquigarrow$ lanza 6 preguntas $\rightsquigarrow$ ¡hay premios! $\rightsquigarrow$ dos concursantes (A. Lalouvère y J. Wallis) y soluciones tienen errores $\rightsquigarrow$ ¡premios desiertos!
- Pascal publica Letters de A. Dettonville y Histoire de la roulette (roulette=cicloide) $\rightsquigarrow$ longitud y área al estilo de Arquímedes
- Matem. italianos indignados por no reconocer/atribuir resultados de/a Torricelli
- Pascal muere a los 39 años,como Torricelli
- *Fiebre de la cicloide* poco antes de la invención del cálculo (Principia Mat. 1687, 1ª ed.) ¿Métodos?: aprox. por poligonales (Fermat, van Heuraet, Neil, Wallis, Huygens, B. Pascal)



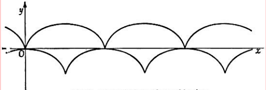
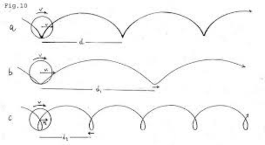
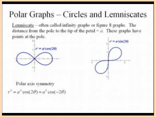
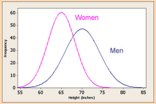


Fig. 18.—The cycloid as evolute and involute



OTRAS BELLEZAS

- Tractriz  
  $x = 1/\cosh(t)$, $y = t - \tanh(t)$ (ecs. param. cartes.), Huygens 1692
- Espiral logarítmica
  $r = a\exp(b\theta)$, $a, b > 0$ (coord. polares), Jakob Bernoulli, Eadem mutata resurgo, crecimiento natural
- Lemniscata de Bernoulli 

  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ (coord. cartesianas), ó $r^2 = a^2\cos(2\theta)$ (coord. polares), Jakob Bernoulli 1694
- Curva de Gauss 

  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})$, Gauss 1809 y Laplace 1782, 1810!

BIBLIOGRAFÍA

- SOBRE HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS
- Boyer, A History Of Mathematics, Wiley, 1991 (traducción al castellano de M. Martínez)
- O'Connor y Robertson, History Of Mathematics Archive, http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/
- Struik, A Concise History Of Mathematics, Dover, 1967
- Stillwell, Mathematics And Its History, Springer, 2002
- SOBRE CURVAS
- Brieskorn y Knorrer, Plane Algebraic Curves, Birkhauser, 1986
- Lawrence, A Catalogue Of Special Plane Curves, Dover 1972
- O'Connor y Robertson, Famous Curves Index, http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Curves/Curves.html

¡Muchas gracias!