Examen de topología. Parte teórica

29-Junio-2005

1. Elegir una de las dos preguntas siguientes:

   A) Lema de encaje. Probar que un espacio es de Tychonoff (es decir completamente regular y T_1) si y solo si se encaja en un producto de copias del intervalo unidad $[0, 1]$.

   B) Todo espacio métrico es normal.

2. Probar que la siguiente familia de subconjuntos de $\mathbb{R}$ es un filtro:

$$\mathcal{F} = \{M \subset \mathbb{R} \text{ tal que } [0, 1) \subseteq M\}$$

   - ¿Es $\mathcal{F}$ convergente?.
   - Halla sus puntos de aglomeración.
   - Describe explícitamente un ultrafiltro $\mathcal{U}$ que sea más fino que $\mathcal{F}$.
   - ¿Es $\mathcal{U}$ convergente a algún punto $x \in \mathbb{R}$?.

3. Sea X un espacio compacto y de Hausdorff, y sea $Y \subset X$ un subespacio denso (distinto del total). Estudiar si Y es necesariamente regular, completamente regular ó normal