Segundo examen parcial de Estructuras Algebraicas.

10-I-2013

1. (**1.5 puntos**) Enunciar y probar el primer teorema de isomorfía para grupos.

2. (**3 puntos**)

   - Definir el concepto de "acción" de un grupo en un conjunto.
   - Si un grupo G actúa en un conjunto X, establecer un homomorfismo Θ del grupo G en el grupo de las biyecciones de X. Dar una condición necesaria y suficiente para que Θ sea monomorfismo (homomrfismo inyectivo).
   - Relacionar los conceptos del apartado anterior con el teorema de Cayley.

3. (**1 punto**) Hallar -salvo isomorfismos- todos los grupos abelianos de orden 168.

4. (**3 puntos**)

   - Sea G un grupo (no abeliano) de orden 168 que posee un subgrupo normal H de orden 4. Probar que el cociente G/H posee un subgrupo normal N de orden 7.
   - La antiimagen $\pi^{-1}(N)$, dónde $\pi : G \to G/H$ designa la proyección canónica, es un subgrupo normal de G.
   - G contiene un subgrupo normal de orden 28.

5. (**1.5 puntos**) Estudiar si son ciertas las siguientes afirmaciones:

   - Existen 8 homomorfismos de $\mathbb{Z}_{20}$ en $\mathbb{Z}_{20}$
   - No existen epimorfismos de D_4 en $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ (D_4 es el grupo diedral de los movimientos del cuadrado.)