

Nudos legendrianos formales

Francisco Javier Martínez Aguinaga

El cómputo del tipo de homotopía del espacio de embeddings Legendrianos en una 3-variedad de contacto tiene una larga historia. Durante un tiempo se creyó que este cómputo podría llevarse a cabo a nivel formal; esto es, se pensó en un primer momento que la inclusión del espacio de embeddings Legendrianos en el espacio de embeddings Legendrianos Formales (pares consistentes en embedding diferenciable y una derivada formal Legendriana) era una equivalencia débil de homotopía.

Esto fue refutado en el artículo clave [1], en el cual se demostró que en la variedad de contacto $\mathbf{R}^3$ standard existen algunas componentes conexas formales que no son representables por nudos Legendrianos. Dicho de otra manera, se probó que la restricción de la aplicación inducida a nivel de π_0 no era sobreyectiva. Este fue el primer indicio del fenómeno de rigidez en la Topología de Contacto. Más tarde, se ha desarrollado toda una industria para estudiar cuánto se aleja la aplicación inclusión de ser inyectiva o sobreyectiva a nivel de π_0 [5, 2, 3, 7, 9].

El siguiente paso fue el estudio de los grupos de homotopía superior. Esto fue desarrollado por Kalman [6] mediante el uso de invariantes de curvas pseudoholomorfas y por Sablo y Sullivan [8] mediante el uso de invariantes de funciones generatrices. Sin embargo, se limitaron a comprobar que los elementos en la homotopía en el espacio de embeddings Legendrianos eran no triviales en el espacio de embeddings diferenciables. En [4] hemos probado que alguno de estos ejemplos no es trivial siquiera en el espacio de embeddings Formales Legendrianos. Esto hace innecesario el uso de invariantes sofisticados. Para probarlo, hemos computado el grupo π_1 del espacio de embeddings Formales Legendrianos.

Referencias:

- [1] D. Bennequin. Entrelacements et equations de Pfa. Third Schnepfenried geometry conference, Vol. 1 (Schnepfenried, 1982), 87161, Asterisque, 107-108, Soc. Math. France, Paris, 1983.
- [2] Y. Chekanov. Dierential algebra of Legendrian links. Invent. Math. 150 (2002), 441{483.
- [3] J. B. Etnyre. Legendrian and transversal knots, in: Handbook of Knot Theory (W. Menasco and M. Thistlethwaite, eds.); Elsevier, Amsterdam (2005), 105{185.
- [4] E. Fernandez, F.J. Martnez, F. Presas. Fundamental groups of Formal Legendrian and Horizontal embedding spaces. In preparation.
- [5] M. Fraser. Example of nonisotopic Legendrian curves not distinguished by the invariants tb and r. Internat. Math. Res. Notices 1996, no. 19, 923928.
- [6] T. Kalman. Contact homology and one parameter families of Legendrian knots. Geometry & Topology 9 (2005): 2013{2078.
- [7] L. Ng. Computable Legendrian invariants. Topology 42 (2003), no. 1, 5582.
- [8] J. M. Sablo, M. G. Sullivan. Families of Legendrian submanifolds via generating families. Quantum Topol. 7 (2016), no. 4, 639668.
- [9] P. Ozsvath, Z. Szabo, D. Thurston. Legendrian knots, transverse knots and combinatorial Floer homology. Geometry & Topology 12 (2008), no. 2, 941980.