DEPARTAMENTO DE
GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Universidad Rey Juan Carlos

CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

CSIC

Instituto de Matemática Interdisciplinar

Colloquium

Ivan Shestakov

University of Sao Paulo (Brasil)

"Automorfismos mansos y salvajes de polinomios"

Sea $A_n = F[x_1, \ldots, x_n]$ un anillo de polinomios sobre un cuerpo F de característica cero en las variables $x_1, \ldots, x_n$. Un *automorfismo* de A_n es una aplicación biyectiva $\varphi : A_n \to A_n$ tal que para cualesquier polinomios $f, g \in A_n$ y para cualquier $\alpha \in F$ se verifica

$$\varphi(f+g) = \varphi(f) + \varphi(g),\ \varphi(fg) = \varphi(f)\varphi(g),\ \varphi(\alpha f) = \alpha\varphi(f).$$

Es claro que los elementos $\varphi(x_1), \ldots, \varphi(x_n)$ generan el anillo A_n, es decir, $A_n = F[\varphi(x_1), \ldots, \varphi(x_n)]$.

Por lo tanto, el problema de descripción de todos los automorfismos de A_n es equivalente al problema de descripción de todas n-uplas de polinomios $f_1, \ldots, f_n$ que generan A_n. Este problema es muy importante y tiene varias aplicaciones en álgebra y geometría.

Un ejemplo evidente de automorfismo es una aplicación del siguiente tipo:

$$\phi : (x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n) \mapsto (x_1, \ldots, \lambda x_i + f, \ldots, x_n),$$

donde $0 \neq \lambda \in F$ y el polinomio f no contiene x_i. Los automorfismos de este tipo se llaman *elementales.*

En el año 1942, H.W.E. Jung demostró que, en el caso $n = 2$, cualquier automorfismo de $A_2 = F[x, y]$ descompone como una composición de automorfismos elementales. Pero el problema análogo para n mayor o igual que 3 se quedó abierto.

En 1972, M. Nagata construyó un automorfismo del anillo A_3 para el cual conjeturó la imposibilidad de que pudiera ser descompuesto como composición de automorfismos elementales.

En 2004, I. Shestakov e U. Umirbaev confirmaron la conjetura de Nagata.

En esta conferencia, vamos presentar algunas ideas y métodos que aparecen en la demostración de la conjetura de Nagata, además de hablar sobre otros problemas y resultados relacionados con la estructura de automorfismos de polinomios, que incluyen la famosa *Conjetura del Jacobiano.*

Organizado por el CSIC - Consejo Superior de Investigaciones Científicas, la Universidad Rey Juan Carlos y el IMI - Instituto de Matemática Interdisciplinar

Lunes 31 de Mayo, a las 13.00 horas

Aula B 16

Facultad de CC Matemáticas, UCM.