Departamento de Análisis Matemático

Instituto de Matemática Interdisciplinar

CURSO DE DOCTORADO

Antonio Peralta

Universidad de Granada

Ortogonalidad en Espacios de Funciones y en Espacios de Operadores

Uno de los prototipos de espacios que aparecen en los orígenes del Análisis Funcional es el espacio C(K) de todas las funciones continuas desde un espacio topológico coompacto Hausdorff K en $\mathbb{C}$. Desde el punto de vista analítico, C(K) es un espacio de Banach cuando lo equipamos con la norma del supremo. Desde el punto de vista algebraico, en C(K) podemos considerar el producto puntual de dos funciones. El espacio C(K) posee dos estructuras bien diferenciadas, su norma lo convierte en un ejemplo de espacio de Banach para el Análisis (aquí sólo tenemos Análisis y Geometría determinada por la métrica de su norma.

Una identificación algebraica "plena" de dos C(K)-espacios parece una condición bastante fuerte, pero muy natural, e implica una identificación isométrica de los espacios de Banach subyacentes. Sin embargo, y para nuestra sorpresa, existe una versión que proporciona una conclusión similar con menos requerimientos. Una aplicación lineal $T: C(K_1) \longrightarrow C(K_2)$ *preserva ortogonalidad* o es un operador de Lamperti si

$$fg = 0 \text{ en } C(K_1) \Rightarrow T(f)T(g) = 0 \text{ en } C(K_2)$$

Pretendemos abordar un estudio sistemático de las transformaciones lineales que preservan ortogonalidad entre C(K)-espacios. Los Teoremas de Arendt y Jarosz permiten describir este tipo de operadores como generalizaciones de operadores de composición con peso. Entre las consecuencias de este estudio se puede probar que toda biyección lineal $T: C(K_1) \longrightarrow C(K_2)$ que preserva ortogonalidad es automáticamente continua, y en tal caso K_1 y K_2 son topológicamente homeomorfos. La pregunta recíproca es ver si una identificación plena a nivel analítico puede conllevar inplicaciones algebraicas. En este caso nos encontraremos con uno de los grandes resultados del Análisis Funcional, el Teorema de Banach-Stone.

En la parte final del curso esperamos poder generalizar el concepto de ortogonalidad desde el espacio C(K) a los espacios de operadores $B(H)$ y $K(H)$, y por último al ambiente de las C^*-álgebras abstractas. Revisaremos las distintas caracterizaciones e implicaciones geométricas. Finalmente, pretendemos poder abordar el estudio de los operadores lineales que preserven ortogonalidad entre espacios de operadores y entre C^*-álgebras arbitrarias.

Organizado por el Departamento de Análisis Matemático y el Instituto de Matemática Interdisciplinar (IMI), con la colaboración del proyecto QPHASE

Fechas: del 21 al 25 de noviembre de 2016
Horario: De 12 a 14 horas
Lugar: Sala 222
Facultad de CC Matemáticas, UCM