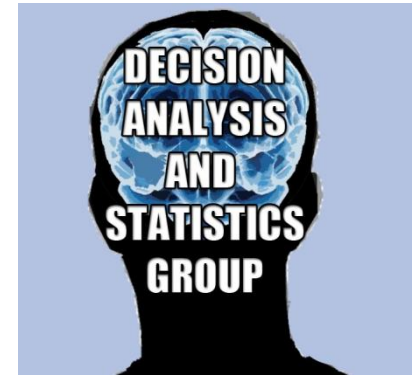




POLITÉCNICA

PRESENTE Y FUTURO DE LA INVESTIGACIÓN EN
DECISIÓN MULTICRITERIO EN ESPAÑA



Métodos basados en la Intensidad de Dominancia para la ordenación de alternativas en MAUT

A. Mateos, A. Jiménez y E. A. Aguayo

Grupo de Análisis de Decisiones y Estadística

Departamento de Inteligencia Artificial

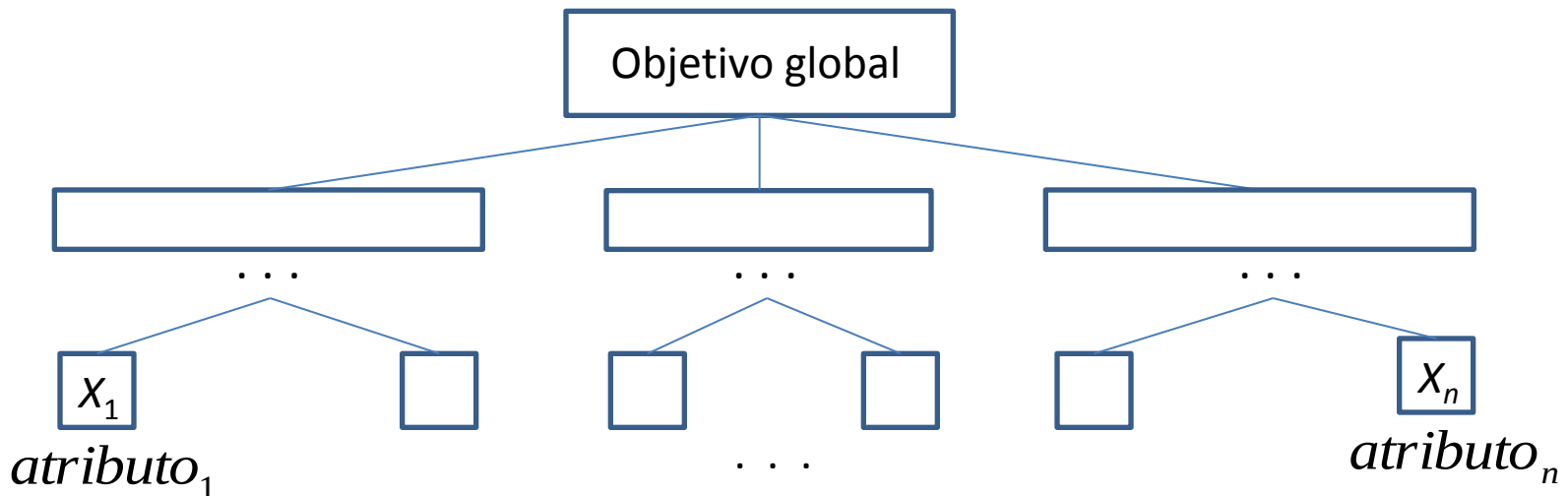
Universidad Politécnica de Madrid (UPM)

ÍNDICE

1. Análisis de Decisiones Multiatributo con Imprecisión
2. Métodos de Ordenación Basados en la Intensidad de Dominancia
3. Proceso de Simulación y Análisis de Resultados
4. Conclusiones

1. ANÁLISIS DE DECISIONES MULTIATRIBUTO CON IMPRECISIÓN

ESTRUCTURACIÓN DEL PROBLEMA



ALTERNATIVAS

$$A_1 = [x'_{11}, x^S_{11}]$$

$$\vdots$$

$$A_m = [x'_{m1}, x^S_{m1}]$$

...

...

...

...

$$[x'_{1n}, x^S_{1n}]$$

$$\vdots$$

$$[x'_{mn}, x^S_{mn}]$$

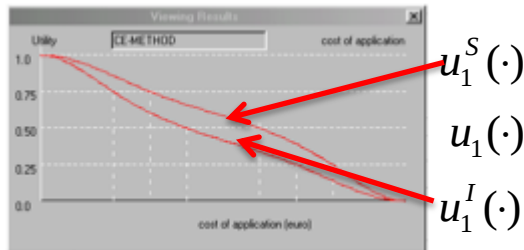
PREFERENCIAS DE LOS DECISORES

MODELO ADITIVO MUTIATRIBUTO

$$u(A_l) = \sum_{i=1}^n w_i u_i(x_i^l),$$

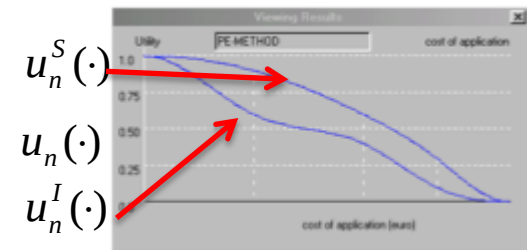
Raiffa (1982)

Stewart (1996)



FUNCIONES DE UTILIDAD

...



PESOS

$$w_j \in [w_j^I, w_j^S]$$

Attribute weights over the decision						
<<Back	low.	avq.	upp.	0	0.25	0.5
Índice del Ecosistema	0.5	0.5	0.5			
Coste de Imagen	0.135	0.169	0.203			
Coste de Aplicación	0.189	0.240	0.296			
Coste Económico	0.068	0.089	0.113			

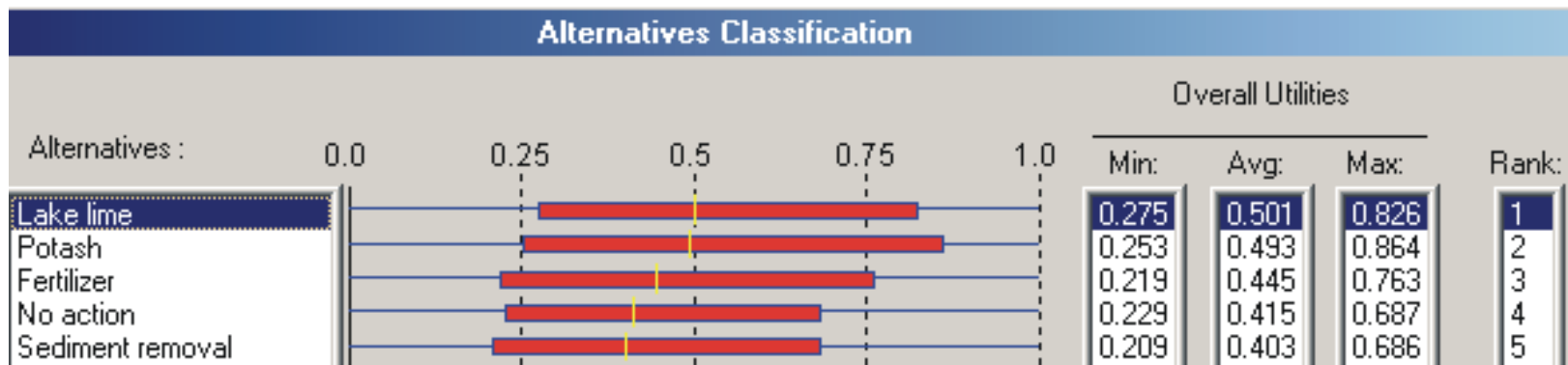
MODELO ADITIVO MUTIATRIBUTO IMPRECISO

$$u(A_i) = \sum_j w_j u_j(x_{ij})$$

$$w_j \in [w_j^I, w_j^S]$$

$$u_j^I(x_{ij}) \leq u_j(x_{ij}) \leq u_j^S(x_{ij}), j = 1, \dots, n$$

$$x_{ij}^I \leq x_{ij} \leq x_{ij}^S, j = 1, \dots, n$$



2. MÉTODOS BASADOS EN LA INTENSIDAD DE DOMINANCIA

DOMINANCIA ENTRE DOS ALTERNATIVAS

Dadas dos alternativas A_k y A_l , la alternativa A_k **domina** A_l si $D_{kl} \geq 0$, siendo D_{kl} el valor óptimo del problema de optimización:

$$D_{kl} = \min \left\{ u(A_k) - u(A_l) = \sum_j w_j u_j(x_{kj}) - \sum_j w_j u_j(x_{lj}) \right\}$$

s.a $x_{kj}^I \leq x_{kj} \leq x_{kj}^S, j = 1, \dots, n$

$$x_{lj}^I \leq x_{lj} \leq x_{lj}^S, j = 1, \dots, n$$

$$u_j^I(x_{kj}) \leq u_j(x_{kj}) \leq u_j^S(x_{kj}), j = 1, \dots, n$$

$$u_j^I(x_{lj}) \leq u_j(x_{lj}) \leq u_j^S(x_{lj}), j = 1, \dots, n$$

$$w_j \in [w_j^I, w_j^S]$$

Matriz de Dominancia



$$\begin{bmatrix} - & D_{12} & \dots & D_{1m-1} & D_{1m} \\ D_{21} & - & \dots & D_{2m-1} & D_{2m} \\ D_{31} & D_{32} & \dots & D_{3m-1} & D_{3m} \\ & & \dots & & \\ D_{m1} & D_{m2} & \dots & D_{mm-1} & - \end{bmatrix}$$

MÉTODOS DE AHN y PARK (2008)

Matriz de Dominancia

$$\begin{bmatrix} - & D_{12} & \dots & D_{1m-1} & D_{1m} \\ D_{21} & - & \dots & D_{2m-1} & D_{2m} \\ D_{31} & D_{32} & \dots & D_{3m-1} & D_{3m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ D_{m1} & D_{m2} & \dots & D_{mm-1} & - \end{bmatrix}$$

AP1

$$\alpha_k = \sum_{j=1, j \neq k}^m D_{kj}$$

AP2

$$\alpha_k - \beta_k$$

$$\beta_k = \sum_{j=1, j \neq k}^m D_{jk}$$

PRIMER MÉTODO DE MATEOS Y JIMÉNEZ (2009)

Matriz de Dominancia

$$\begin{pmatrix} - & D_{12} & \dots & D_{1m-1} & D_{1m} \\ D_{21} & - & \dots & D_{2m-1} & D_{2m} \\ D_{31} & D_{32} & \dots & D_{3m-1} & D_{3m} \\ & & \dots & & \\ D_{m1} & D_{m2} & \dots & D_{mm-1} & - \end{pmatrix}$$



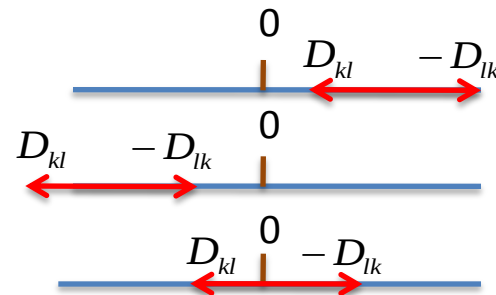
Matriz de ID

$$\begin{pmatrix} - & ID_{12} & \dots & ID_{1m} \\ ID_{21} & - & \dots & ID_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ID_{m1} & ID_{m2} & \dots & - \end{pmatrix}$$

$$D_{kl} = \min\{u(A_k) - u(A_l)\} \leq u(A_k) - u(A_l) \leq \max\{u(A_k) - u(A_l)\} = -D_{lk}$$

$$u(A_k) - u(A_l) \in [D_{kl}, -D_{lk}]$$

$$ID_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{si } D_{kl} \geq 0 \\ 0, & \text{si } -D_{lk} \leq 0 \\ \frac{-D_{lk}}{-D_{lk} - D_{kl}}, & \text{si } D_{kl} \leq 0, -D_{lk} \geq 0 \end{cases}$$



PRIMER MÉTODO DE MATEOS Y JIMÉNEZ (2009)

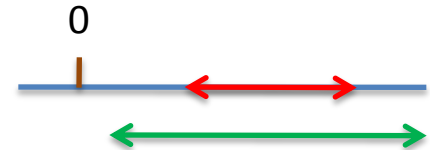
Matriz de ID

$$\begin{pmatrix} - & ID_{12} & \cdots & ID_{1m} \\ ID_{21} & - & \cdots & ID_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ID_{m1} & ID_{m2} & \cdots & - \end{pmatrix} \rightarrow ID_k = \sum_{l=1}^m ID_{kl}$$

Ordenar las alternativas según su valor ID

Inconvenientes:

1. No se tiene en cuenta la amplitud de los intervalos $[D_{kl}, -D_{lk}]$
2. No se tiene en cuenta como de grande son los extremos de los intervalos $[D_{kl}, -D_{lk}]$



SEGUNDO MÉTODO DE MATEOS Y JIMÉNEZ (2009)

$A \equiv [a_1, a_2]$ $B \equiv [b_1, b_2]$ Distancia entre intervalos (Tran and Duckstein, 2002)

$$D(A, B) = \sqrt{\int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \left\{ \left[\frac{a_1 + a_2}{2} + x(a_2 - a_1) \right] - \left[\frac{b_1 + b_2}{2} + y(b_2 - b_1) \right] \right\}^2 dx dy}$$

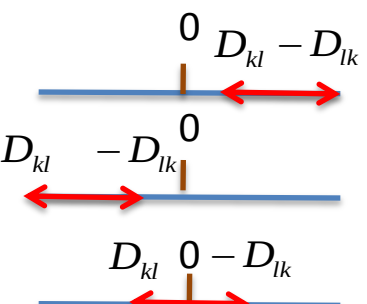
Matriz de Dominancia

$$\begin{pmatrix} - & D_{12} & \dots & D_{1m-1} & D_{1m} \\ D_{21} & - & \dots & D_{2m-1} & D_{2m} \\ D_{31} & D_{32} & \dots & D_{3m-1} & D_{3m} \\ & & \dots & & \\ D_{m1} & D_{m2} & \dots & D_{mm-1} & - \end{pmatrix}$$



Matriz de ID

$$\begin{pmatrix} - & ID_{12} & \dots & ID_{1m} \\ ID_{21} & - & \dots & ID_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ID_{m1} & ID_{m2} & \dots & - \end{pmatrix}$$

$$ID_{kl} = \begin{cases} d([D_{kl}, -D_{lk}], 0), & \text{si } D_{kl} \geq 0 \\ -d([D_{kl}, -D_{lk}], 0), & \text{si } -D_{lk} \leq 0 \\ \left[\frac{-D_{lk}}{-D_{lk} - D_{kl}} - \frac{-D_{kl}}{-D_{lk} - D_{kl}} \right] d([D_{kl}, -D_{lk}], 0), & \text{si } D_{kl} \leq 0, -D_{lk} \geq 0 \end{cases}$$


TERCER MÉTODO DE MATEOS Y JIMÉNEZ (2010)

Matriz de Dominancia

$$\begin{pmatrix} - & D_{12} & \dots & D_{1m-1} & D_{1m} \\ D_{21} & - & \dots & D_{2m-1} & D_{2m} \\ D_{31} & D_{32} & \dots & D_{3m-1} & D_{3m} \\ & & \dots & & \\ D_{m1} & D_{m2} & \dots & D_{mm-1} & - \end{pmatrix}$$



$$D'_{kl} = \frac{D_{kl}}{d_{kl}}$$

Nueva Matriz de Dominancia

$$\begin{pmatrix} - & D'_{12} & \dots & D'_{1m} \\ D'_{21} & - & \dots & D'_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D'_{m1} & D'_{m2} & \dots & - \end{pmatrix}$$

Solución óptima obtenida al
calcular el valor D_{kl}

$$W^{*kl} = (w_1^{*kl}, w_2^{*kl}, \dots, w_n^{*kl})$$

Vector de Pesos Medios

$$w_i \in [w_i^I, w_i^S]$$



$$W^m = (w_1^m, w_2^m, \dots, w_n^m)$$

$$w_i^m = \frac{w_i^I + w_i^S}{2}$$

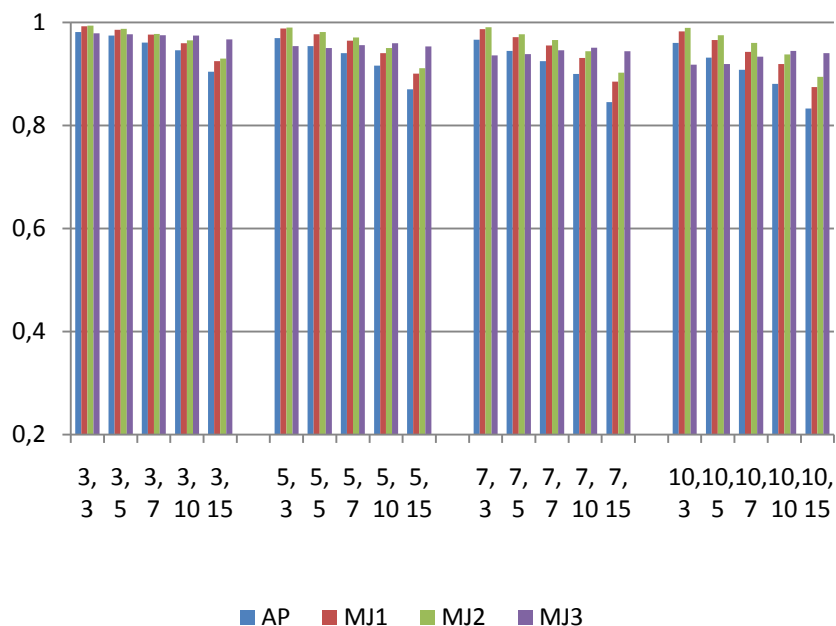
$$d(W^m, W^{*kl}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (w_i^m - w_i^{*kl})^2}$$

3. PROCESO DE LA SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

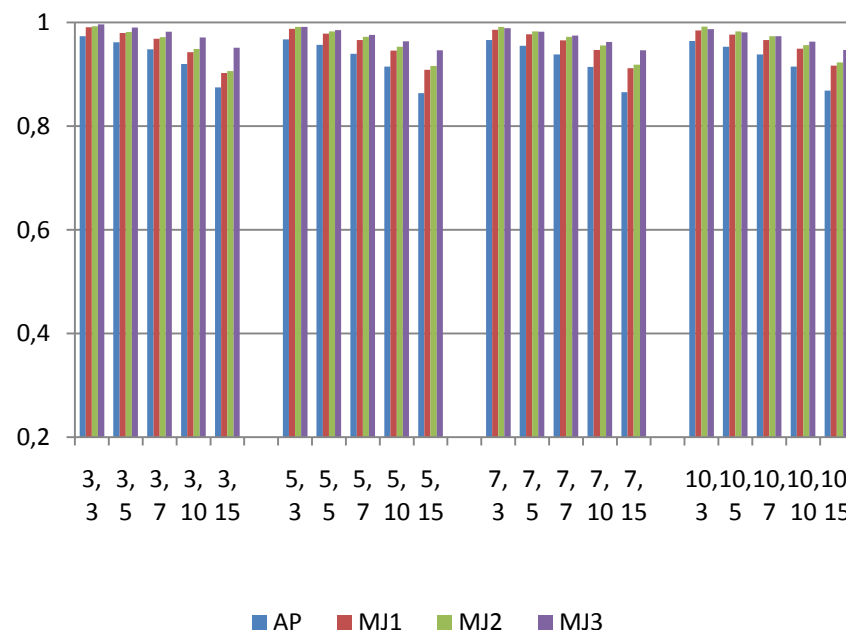
- ❖ Realización de Simulación Montecarlo
- ❖ Medidas de Eficacia
 - Hit Ratio
 - Coeficiente de Kendall
- ❖ Simulación
 - Generar matriz de utilidades individuales
 - Normalizar y eliminar alternativas dominadas
 - Generar los Pesos Verdaderos
$$1 > r_{n-1} \geq \dots \geq r_2 \geq r_1 > 0 \qquad w_n = 1 - r_{n-1}, \quad w_{n-1} = r_{n-1} - r_{n-2}, \quad \dots, \quad w_1 = r_1$$
 - Ranking real de alternativas
 - Ejecutar métodos propuestos y comparar resultados

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Hit Ratio
Imprecisión = 0,10

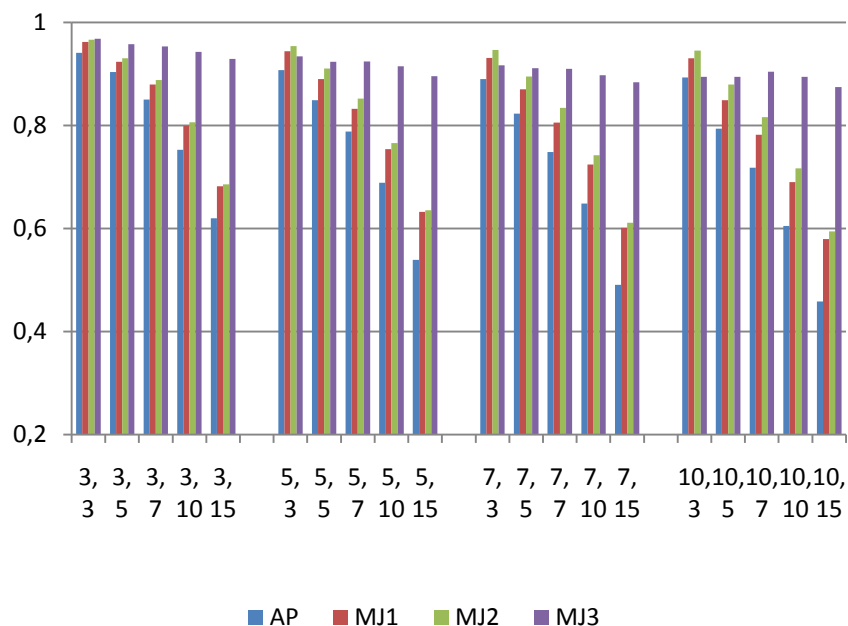


C Kendall
Imprecisión = 0,10

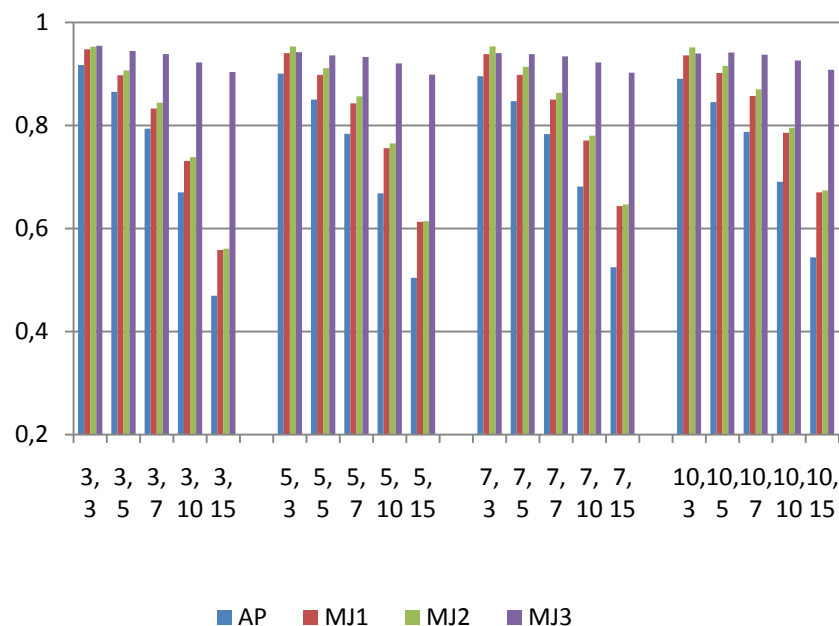


ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Hit Ratio
Imprecisión = 0,30

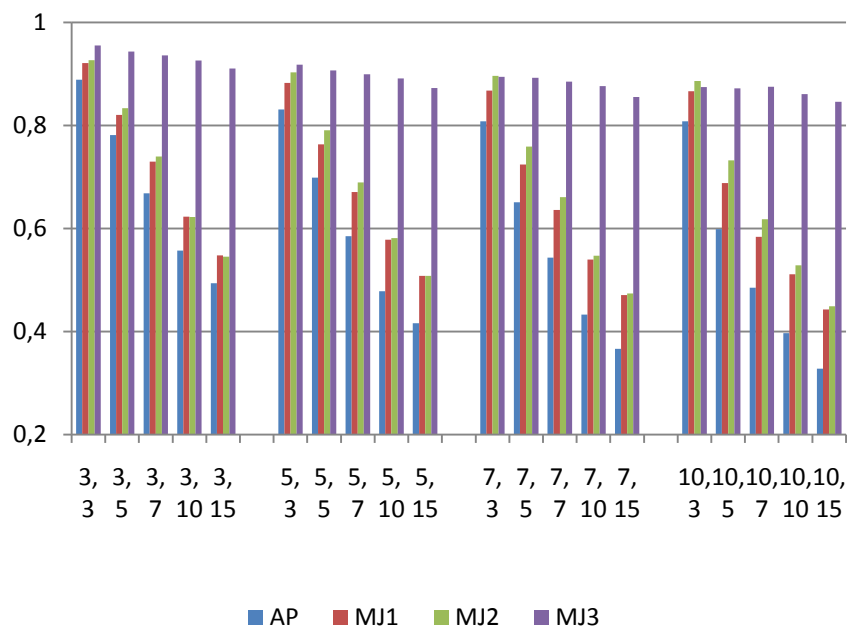


C Kendall
Imprecisión = 0,30

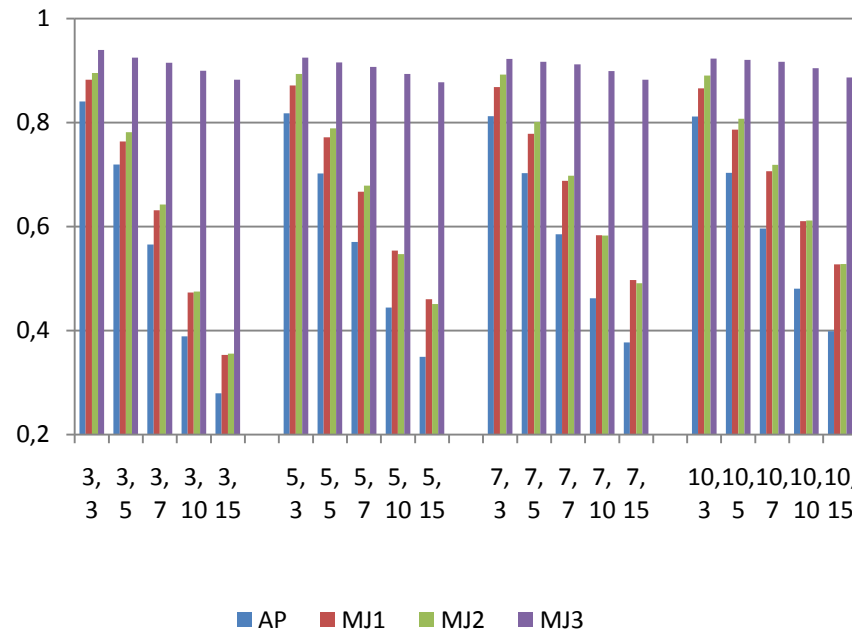


ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Hit Ratio
Imprecisión = 0,50



C Kendall
Imprecisión = 0,50



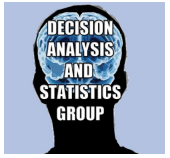
4. CONCLUSIONES

- ❖ Se ha demostrado que los métodos para ordenación de alternativas propuestos superan los resultados obtenidos por el método de Ahn y Park (2008).
- ❖ De igual forma, se ha realizado un estudio computacional para comparar los métodos presentados con los métodos SMAA, SMAA-2 y otros existentes en la literatura. Obteniendo resultados mejores o muy cercanos.
- ❖ La misma filosofía se está extendiendo para los casos donde los pesos son representados como números difusos (triangulares y trapezoidales) y distribuciones normales.



POLITÉCNICA

PRESENTE Y FUTURO DE LA INVESTIGACIÓN EN DECISIÓN MULTICRITERIO EN ESPAÑA



¡GRACIAS!