

CURSO DE POSGRADO

“TEORÍA MATEMÁTICA DE PROBLEMAS INVERSOS”

(PROGRAMA OFICIAL DE POSGRADO EN INVESTIGACIÓN
MATEMÁTICA DE LA UCM)

Profesor: Andrés Fraguera Collar.

I.- Concepto de buen y mal planteamiento de un problema.

- 1.- Ejemplos de mal planteamiento: Solución de ecuaciones integrales de Fredholm de primera especie, problema de Cauchy para la ecuación de Laplace.
- 2.- Cuatro técnicas importantes en la solución de problemas prácticos que contribuyen al mal planteamiento :diferenciación , optimización , discretización e interpolación.
- 3.- Problemas directos (causa-efecto) y problemas inversos (efecto-causa).
¿Por qué son los problemas inversos importantes para la práctica?

II.- El problema de la interpretación de datos experimentales; ejemplos de problemas inversos:

- 1.- Problema inverso de determinación de la señal de entrada a un equipo de medición a partir de la señal de salida.
- 2.- Problema inverso de la cinética química.
- 3.- Problema inverso de la teoría de potencial.
- 4.- Problema inverso de la prospección geológica.
- 5.- Problema inverso de dispersión por un obstáculo.
- 6.- Problema inverso de la Tomografía axial computarizada.
- 7.- Problema inverso Electroencefalográfico.
- 8.- Problema inverso de la Tomografía de Capacitancia Eléctrica.
- 9.- Problema inverso simplificado de sismología.
- 10.- Problema inverso de solución de la ecuación del calor hacia atrás en el tiempo.
- 11.- Problema inverso de difusión en medios no homogéneos.
- 12.- Problema espectral inverso para la ecuación de Sturm-liouville.
- 13.- Problema inverso de identificación de coeficientes en problemas de contorno.

III.- Solución estable de ecuaciones operacionales mal planteadas con información a priori sobre compactos.

- 1.- Teorema de Tikhonov.
- 2.- Buen planteamiento condicional.
- 3.- Método de soluciones aproximadas.
- 4.- Método de cuasisoluciones.

IV.- Estrategias de regularización como algoritmos estables de solución de problemas mal planteados.

- 1.- Concepto de estrategia de regularización.
- 2.- Estrategias de regularización admisibles.
- 3.- Estrategias de regularización asintóticamente optimales.

V.- Estimados del peor error que se comete al resolver una ecuación operacional con respecto al error en los datos.

- 1.- Peor error al resolver ecuaciones bien planteadas.

- 2.- Peor error para ecuaciones operacionales con operadores compactos cuando no hay información a priori sobre la solución.
- 3.- Descomposición singular para operadores compactos en espacios de Hilbert.
- 4.- Peor error para ecuaciones operacionales con operadores compactos cuando hay información a priori sobre la solución.

VI.- Esquema de regularización de Tikhonov.

- 1.- Algunos resultados sobre sucesiones débilmente convergentes en espacios de Hilbert y sobre condiciones necesarias de primer orden para extremos de funcionales.
- 2.- Propiedades del funcional de Tikhonov para operadores lineales compactos.
- 3.- Teorema de Tikhonov para operadores compactos.
- 4.- Optimalidad de la condición de Tikhonov para la elección del parámetro de regularización.
- 5.- Generalización del método de regularización de Tikhonov para la solución de ecuaciones no lineales mal planteadas.

VII.- Métodos para seleccionar el parámetro de regularización en el esquema de Tikhonov.

- 1.- Principio de discrepancia de Morozov.
- 2.- L-curva.
- 3.- Método de regularización de Tikhonov cuando hay información a priori sobre la solución.

VIII.- Teoría general de regularización para ecuaciones operacionales mal planteadas.

- 1.- Las dos componentes fundamentales en el estimado del error para una estrategia de regularización.
- 2.- Un método para construir clases de estrategias de regularización admisibles.
- 3.- Clases de estrategias asintóticamente optimales.
- 4.- Casos particulares: Tikhonov, Landweber, truncamiento espectral.

IX.- Método iterativo de Landweber para resolver ecuaciones operacionales mal planteadas.

- 1.- Método de Landweber como estrategia de regularización.
- 2.- Regla de parada para el algoritmo de Landweber.

X.- Método de gradiente conjugado.

- 1.- Método de gradiente conjugado como estrategia de regularización.
- 2.- Regla de parada para el método de gradiente conjugado.

XI.- Regularización por discretización (1).

- 1.- Métodos proyectivos
- 2.- Métodos de Galerkin.

XII.- Regularización por discretización (2).

- 1.- Métodos de colocación.
- 2.- Otros temas de estudio.