

# PROBLEMAS: CINEMÁTICA

## Curso 2021-22

1. Una partícula se mueve a lo largo de una curva cuyas ecuaciones paramétricas son:  
 $x = 3e^{-2t}$ ,  $y = 4\text{sen}(3t)$ ,  $z = 5\text{cos}(3t)$ , donde  $t$  es el tiempo.

- + Hallar su velocidad y aceleración en cualquier tiempo
- + Hallar la magnitud de la velocidad y aceleración en  $t = 0$

2. Una partícula que se mueve tiene una aceleración dada por:

$$\mathbf{a} = 2e^{-t} \mathbf{u}_x + 5\text{cost} \mathbf{u}_y - 3\text{sent} \mathbf{u}_z$$

Si la partícula está localizada en  $(1, -3, 2)$  en el tiempo  $t = 0$  y se mueve con una velocidad inicial dada por  $4 \mathbf{u}_x - 3 \mathbf{u}_y + 2 \mathbf{u}_z$ , hallar:

- + la velocidad
- + el desplazamiento de la partícula para cualquier tiempo  $t > 0$

3. Dos partículas tienen vectores de posición dados por:

$$\mathbf{r}_1 = 2t \mathbf{u}_x - t^2 \mathbf{u}_y + (3t^2 - 4t) \mathbf{u}_z \text{ y } \mathbf{r}_2 = (5t^2 - 12t + 4) \mathbf{u}_x - t^3 \mathbf{u}_y + 3t \mathbf{u}_z$$

Hallar:

- + la velocidad relativa
- + la aceleración relativa de la segunda partícula con respecto a la primera en el tiempo  $t=2$ .

4. Dada una curva  $C$  en el espacio con vector de posición

$$\mathbf{r} = 3\text{cos}2t \mathbf{u}_x + 3\text{sen}2t \mathbf{u}_y + (8t - 4) \mathbf{u}_z$$

- + Hallar un vector unitario tangente a la curva:  $\mathbf{u}_\tau$
- + Si  $\mathbf{r}$  es el vector de posición de la partícula que al tiempo  $t$  se mueve sobre la curva  $C$ , verificar que en este caso  $\mathbf{v} = v \mathbf{u}_\tau$

5. Una partícula que se mueve tiene un vector de posición dado por  $\mathbf{r} = \text{cos } \omega t \mathbf{u}_x + \text{sen } \omega t \mathbf{u}_y$  donde  $\omega$  es una constante. Demostrar que:

- + la velocidad  $v$  de la partícula es perpendicular a  $\mathbf{r}$
- + la aceleración está dirigida hacia el origen y tiene una magnitud proporcional a la distancia desde el origen
- +  $\mathbf{r} \times \mathbf{v}$  es constante.

6. Si  $\mathbf{u}_\tau$  es un vector tangente y unitario a una curva  $C$  en el espacio, demostrar que  $d\mathbf{u}_\tau/ds$  es normal a  $\mathbf{u}_\tau$ .

7. Un helicóptero deja caer un paquete con suministros a las víctimas de una inundación que se hallan en una balsa. Cuando el paquete se lanza, el helicóptero se encuentra a 100 m por encima de la balsa, volando a 25 m/s y formando un ángulo de  $36^\circ.9$  sobre la horizontal.

- + ¿Durante cuánto tiempo estará el paquete en el aire?
- + ¿Donde caerá el paquete?
- + Si el helicóptero vuela a velocidad constante, ¿cuál será su posición en el instante en que el paquete llega al suelo?

8. Un albañil situado en el tejado de una casa deja caer involuntariamente su martillo, y éste resbala por el tejado con una velocidad constante de 4 m/s. El tejado forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal y su punto más bajo está a 10 m de altura sobre el suelo. ¿Qué distancia horizontal recorrerá el el martillo después de abandonar el tejado de la casa y antes de que choque contra el suelo?