ANÁLISIS DE FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA, GRUPO B. EXAMEN FINAL DEL 2 DE FEBRERO DE 2020.

TEST TEÓRICO-PRÁCTICO

Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas o, dado el caso, escribir los números pedidos.

1. Escribir el número complejo $\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^4$ en la forma $x + iy$.

2. ¿Cuántos ceros tiene $f(z) = z^{10} + 10z + 8$ en el disco unidad abierto?

3. Escribir aquí el valor de la integral $\int_{|z|=2} \frac{\cos z}{z^{105}} dz$.

4. Si $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es armónica y acotada superiormente, u es constante.

5. Si f es holomorfa en un abierto Ω de $\mathbb{C}$ en donde no se anula, entonces $\log |f|$ es armónica.

6. Escribir aquí el radio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4^k z^{2k}}{k^2+k}$.

7. Si Ω es un abierto conexo, $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ y $|f|$ es constante en Ω, entonces f es constante.

8. Si $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ es holomorfa entonces la función $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}(z/n^2) g(z/n)$ también es holomorfa en $\mathbb{C}$.

9. El teorema de Liouville es falso si cambiamos $\mathbb{C}$ por $\{z \in \mathbb{C} : \cos z \operatorname{sen} z \neq 0\}$.

10. La función $f(z) = \frac{z^2-z+1}{\operatorname{sen}^3 z}$ tiene un polo doble en 0.

Este test supone 2,5 puntos de la nota del examen. Cada pregunta acertada suma 0,25 puntos, y cada pregunta fallada resta 0,15. Las preguntas no respondidas ni suman ni restan puntos. No hay que justificar ninguna respuesta.