ECUACIONES DIFERENCIALES, GRUPO T1. EXAMEN FINAL DEL 9/01/2020.

PREGUNTA DE TEORÍA

Elegir una (y sólo una) de las preguntas siguientes, y contestarla:

Opción 1: Demostrar el siguiente resultado: Sea $\varphi : (\alpha, \beta) \to \mathbb{R}^n$ una solución de $x'(t) = f(t, x(t))$, donde $f : \Omega \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ es localmente Lipschitz en la variable x, uniformemente respecto de la variable t, y Ω es un conjunto abierto. Entonces existe una extensión de esta solución a un intervalo $(\alpha, \beta + \varepsilon)$ para algún $\varepsilon > 0$ si y sólo si existe una sucesión $(t_k) \subset (\alpha, \beta)$ tal que existe

$$\lim_{k \to \infty} (t_k, \varphi(t_k)) = (\beta, y) \in \Omega.$$

Opción 2: Demostrar el siguiente resultado (teorema de Arzela-Ascoli): Sea K un espacio métrico compacto, Y un espacio métrico cualquiera y $\mathcal{F}$ un subconjunto de $C(K, Y)$ tal que $\mathcal{F}$ es equicontinuo y puntualmente relativamente compacto. Entonces toda sucesión $(f_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathcal{F}$ tiene una subsucesión que converge uniformemente a una función continua $f : K \to Y$.

Esta pregunta supone otros 2,5 puntos de la nota del examen.