

EXAMEN DE CÁLCULO INTEGRAL, GRUPO E+F.

PARTE 2 COMÚN, 5 DE SEPTIEMBRE DE 2007

1. Calcular el área de la superficie S de \mathbb{R}^3 definida por $2x = y^2 - z^2$, $y^2 + z^2 \leq 4$.

2. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación dada por

$$f(x, y, z) = (2 + 3x + y, 3 + 2y + z, 5 - x + y + z)$$

Hallar el volumen de $f(A)$, donde

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1 + z^2, z^2 \leq 1\}.$$

3. Hallar $\int_S F$, donde F es el campo vectorial definido por

$$F(x, y, z) = (2xy \operatorname{sen}(z), y + y^2 \operatorname{sen}(z), z + 4y \operatorname{cos}(z))$$

y S es la esfera de centro $(0, 0, 0)$ y radio 7500 de \mathbb{R}^3 .

4. Calcular

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\gamma_n} (3y^2 + x)dy - (3x^2 + y)dx,$$

donde $\gamma_n : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ es la curva definida por

$$\gamma_n(t) = (\cos^{1/n} t, \operatorname{sen}^{1/n} t).$$

Observación: Los primeros tres problemas valen un punto cada uno, y el último dos puntos.