## EXAMEN DE CÁLCULO INTEGRAL, GRUPO E+F.

PARTE 1. EXAMEN SÓLO DE PROBLEMAS. 5 DE SEPTIEMBRE DE 2007

**1.** Sea $u$ una función convexa de clase $C^2$ definida en un abierto que contiene a $\overline{V}$, donde $V$ es un abierto convexo y acotado de $\mathbb{R}^3$ cuya frontera $\partial V$ es una superficie. Demostrar que

$$\int_{\partial V} \nabla u \geq 0.$$

**2.** Sea $F$ el campo vectorial definido por

$$F(x,y,z) = (yz\cos(xyz), xz\cos(xyz), xy\cos(xyz)),$$

y sea $S$ la superficie de $\mathbb{R}^3$ definida por $z = \operatorname{sen}(xy)$, $2x^2 + 3y^2 \leq 5$. Calcular

$$\int_S \operatorname{rot} F.$$

**3.** Hallar el volumen del conjunto $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4,\ x^2 + y^2 + 1 \leq z\}$.

**Observación:** Esta primera parte del examen representa 5 de los 10 puntos posibles. La primera pregunta vale 3 puntos, el resto un punto cada una.