EXAMEN DE CÁLCULO INTEGRAL, GRUPO C.

PARTE 1. EXAMEN CON TEORÍA. 4 DE JULIO DE 2006

1. Enunciar y demostrar el teorema de caracterización de los campos conservativos.

2. Sean C_1 la circunferencia definida por $x^2+y^2=9$, y C_2 el triángulo de vértices $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$. Se consideran ambas curvas orientadas positivamente. Calcular el valor de

$$\int_{C_1} -yx^2dx + xy^2dy - \int_{C_2} -yx^2dx + xy^2dy.$$

3. Sea $f : B \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x,y,z) = \begin{cases} 1, & \text{si } x^2+z^2 = 1/n^2 \text{ para algún } n \in \mathbb{N}; \\ \cos(x^2+y^2+z^2)^{1/2}, & \text{en otro caso;} \end{cases}$$

donde $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \leq 4, z \geq 0\}$. Decidir si f es integrable, y calcular $\int_B f$ si existe.

Observación: Esta primera parte del examen representa 5 de los 10 puntos posibles. La primera pregunta vale 3 puntos, el resto un punto cada una.