HOJA 9. PRÁCTICAS DE CÁLCULO INTEGRAL

GRUPO E+F , CURSO 2006-2007

1. Hallar el siguiente límite:

$$\lim_{n\to\infty} \int_A \frac{n^2+1+y^5-x^4}{n^2} e^{-x^2-y^2} dxdy,$$

donde $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1\}$.

2. Calcular $\lim_n \int_0^{\pi/4} x^n \sin \frac{1}{x}\, dx$.

3. Calcular $\lim_n \int_0^1 x^2 e^{-nx^2}\, dx$ y $\lim_n \int_{1/n}^1 x^2 e^{-nx^2}\, dx$.

4. Calcular la diferencial de la función $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$F(x,y) = \int_0^1 \int_0^1 \operatorname{sen}(sxy) e^t dsdt.$$

5. Hacer lo mismo con la función $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$F(x,y) = \int_0^x yte^t dt + \int_0^1 \operatorname{sen}(xyt) dt.$$

6. Calcular, para cada $t \in \mathbb{R}$, el valor de la integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(tx) e^{-x^2} dx.$$

Indicación: Considerar la función $F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(tx) e^{-x^2} dx$ y derivarla usando el teorema de derivación bajo el signo integral; después desarrollar la expresión obtenida integrando por partes; finalmente resolver la ecuación diferencial así hallada. Recuérdese también que $F(0) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$.