

 The project is supported by European Union, Directorate General for Education and Culture, Socrates/MINERVA action

WEBQUESTS DE ASTRONOMÍA UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES PARA PROFESORES DE SECUNDARIA

Inés M. Gómez-Chacón
Cesar Rodriguez
Facultad de Ciencias Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid

Resumen

La experiencia se enmarca en las acciones del proyecto Minerva EU-HOU (*European Union-Hands-on the Universe*). Forma parte de una propuesta metodológica desarrollada en la asignatura Metodología Matemática, de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense, impartida durante el curso 2005-2006 en un grupo piloto, dentro de las Acciones de la UCM para la Construcción del Espacio Europeo de Educación Superior, que tenía como objeto formar a los estudiantes que se preparan para profesores en las competencias de “*aprender a enseñar*”.

En la presente ponencia se expone la metodología utilizada para *iniciar a la formación de futuros profesores de Secundaria* en la elaboración de recursos para motivar a los alumnos a *hacer Matemáticas a través de Astronomía*. Para la elaboración del material curricular se adopta el modelo de investigación *WebQuest* inspirado en el paradigma constructivista que añade elementos de aprendizaje cooperativo. Se presentan dos ejemplificaciones para trabajar la Astronomía, focalizando en el conjunto de transformaciones que sufre un saber a efectos de ser enseñado y la modelización de los procesos de enseñar que conlleva (transposición didáctica y transposición informática).

WEBQUESTS DE ASTRONOMÍA

UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES PARA PROFESORES DE SECUNDARIA

Inés M. Gómez-Chacón
Cesar Rodriguez
Facultad de Ciencias Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid

La Astronomía es una de las áreas que más estrecha relación ha guardado con las Matemáticas a lo largo de la historia. La enseñanza de la Astronomía está inserta en diferentes áreas del currículo español, tanto en Primaria como en Secundaria. Encontramos contenidos sobre todo en Ciencias Naturales (Conocimiento del Medio), en Geografía e Historia y en Matemáticas. En el Segundo Ciclo de Secundaria aparece como una Materia optativa, Taller de Astronomía, que depende de los diferentes Departamentos Didácticos y más concretamente de alguna persona que esté preparada. En algunos IES de España esta asignatura es confiada al Departamento de Matemáticas.

En el diseño curricular, cuando se especifican los objetivos de esta asignatura, se señala que debería aportar a los alumnos una visión amplia de la Astronomía, como una parcela del saber científico de la Humanidad, como una posible actividad profesional, como un patrimonio cultural con multitud de lecturas y de relaciones con otras ramas del saber y, finalmente, como una afición que puede proporcionar momentos de placer tanto estético como intelectual.

Lograr las anteriores finalidades supone tener una formación adecuada y un contar con una gama de recursos *ad hoc*. La gran cantidad de información existente en Internet, en inglés, sobre esta ciencia, contrasta con la escasez de recursos en español, sobre todo para estas etapas.

La experiencia que se presenta tiene como objeto la iniciación a la formación de futuro profesorado de Secundaria en la elaboración de recursos para motivar a los alumnos a hacer Matemáticas a través de Astronomía.

Para que el estudiante para profesor llegue a ser un buen profesional de la enseñanza de las Matemáticas, es necesario que se produzca una construcción de conocimientos fruto de la interrelación entre sus conocimientos de Matemáticas, de cómo enseñarlas, de cómo aprendemos y de cómo aprenden los alumnos de esos niveles.

La experiencia se enmarca en las acciones del proyecto Minerva EU-HOU (*European Union- Hands-on the Universe*)¹. Forma parte de una propuesta metodológica desarrollada en la asignatura Metodología Matemática, de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense, impartida durante el curso 2005-2006 en un grupo piloto, dentro de las Acciones de la UCM para la Construcción del Espacio Europeo de Educación Superior.

Los objetivos del presente trabajo han sido:

¹ EU-HOU ha sido financiado por el programa europeo Minerva (SOCRATES) en 44% por un periodo de dos años (2004-2006). EL resto de la financiación proviene de las Instituciones involucradas en el Consorcio EU-HOU. En España el proyecto está cofinanciado por la Universidad Complutense de Madrid y la Comunidad de Madrid.

- Formar a los estudiantes que se preparan para profesores en las competencias de “aprender a enseñar”.
- Trabajar la Matemática como saber de método en el proceso educativo inicial.
- Desarrollar usos matemáticos de Internet, particularmente el diseño de WebQuests.

Una de las apuestas metodológicas que hacemos en esta asignatura es introducir a los estudiantes para profesores en actividades matemáticas estimulantes, seleccionadas específicamente para mostrar cómo aplicar conocimientos y habilidades en la vida diaria con su futuro alumnado de Secundaria (por ejemplo, comprender los problemas mundiales o tomar decisiones sobre su propia vida personal, la percepción del infinito, del universo en nuestra mente, la paradoja como estímulo del progreso matemático, etc.).

En esta ponencia ofrecemos, en primer lugar, una sucinta información sobre el modelo de formación de profesorado y el concepto de WebQuest. Después, presentamos dos ejemplificaciones para trabajar la Astronomía como motivación en el currículo de Matemáticas, una de ellas según el diseño de WebQuest, y terminamos poniendo de relieve algunos de los resultados de aprendizaje logrados.

1. ALGUNAS CARACTERÍSTICAS DE “APRENDER A ENSEÑAR” EN LA FORMACIÓN DE FUTUROS PROFESORES

Señalamos brevemente algunos puntos esenciales que han caracterizado los procesos de “aprender a enseñar” en esta propuesta:

1.1. La actividad matemática como base

¿Donde están las Matemáticas en la actualidad? La actividad matemática (Guzmán, 2001) se enfrenta hoy en día con un cierto tipo de estructuras de la realidad, entendida en sentido amplio como realidad social, física o mental. Miguel de Guzmán señalaba que la Matemática participa de muchos de los aspectos de juego, pero no es solamente juego, sino también una ciencia, un arte intelectual creador de una belleza peculiar, uno de los ejes fundamentales de la cultura, con un lugar muy central en ella y una responsabilidad muy especial en su correcto desarrollo. La actividad matemática utiliza unos recursos peculiares determinados históricamente y que incluyen:

- La propuesta y resolución de problemas, modelos y proyectos como eje vertebrador de la acción.
- Una simbolización adecuada, aspecto relacionado con la representación del conocimiento y los intentos de objetivación que pretende cualquier dominio científico.
- Una manipulación o tecnificación racional rigurosa, en el sentido de que se sigan unos convenios aceptados por la comunidad de los matemáticos de un cierto momento histórico.
- Un dominio efectivo de la relación entre modelos personales e institucionales que cada uno construye y la realidad modelada.

A través de los materiales que se han desarrollado en la asignatura de Metodología Matemática y que la WebQuest que aquí se presentan es un ejemplo², se ha mostrado a los estudiantes que existen concepciones curriculares bajo el enfoque de situaciones realistas que tratan de ir más allá de estas situaciones cotidianas y avanzar hacia la Matemática abstracta que subyace (De Lange, 1996; Gravemeijer, 1994). La práctica matemática escolar consiste en buscar regularidades, en clasificar, formalizar y simbolizar, en conjeturar, argumentar y comprobar –siempre aspirando a niveles más altos de la abstracción matemática-. Los contextos extra-matemáticos sirven meramente de punto de partida hacia los conceptos y estructuras matemáticas y no tienen valor en sí mismos.

Además, en nuestro enfoque consideramos las Matemáticas como un instrumento crítico para penetrar en la así llamada ‘matematización de la sociedad’ (Davis, 1989; Keitel, Kotzmann, Skovsmose, 1993). La finalidad de esta aproximación consiste en revelar las Matemáticas implícitas en tecnologías sociales, económicas y científicas, para identificar planteamiento y consecuencias –y sobre todo intereses– de los modelos matemáticos. De esa manera, las Matemáticas aparecen como un instrumento de base para una reflexión crítica de nuestro entorno. Sin embargo, no es posible tal análisis crítico sin conocimientos de los contextos y situaciones ya matematizados, así que resulta este eje esencialmente interdisciplinario. En las prácticas matemáticas escolares correspondientes, no existen situaciones extra-matemáticas ya que son exactamente las tecnologías sociales, económicas y científicas las que definen nuestro entorno.

1.2. La actividad didáctica: adaptación y cambio

Formar al estudiante para profesor en Educación Matemática implica reconocer qué se está haciendo como actividad didáctica en Matemáticas. ¿Debemos formar en Didáctica de la Matemática como un saber meramente práctico, una tecnología fundada y dependiente de otras ciencias, o, por el contrario, existen problemas cuyas características requieren un nivel de análisis teórico y metodologías propias de un verdadero saber científico?

Planteamos itinerarios formativos para que el estudiante para profesor vivencie las interconexiones entre diferentes dominios de conocimiento del profesor y, además, pueda pensar sobre el contenido y organización del tema particular de un curso de Secundaria o de un curso de un programa de formación, estableciendo un continuo diálogo entre la teoría y la práctica.

Por ejemplo, el desarrollo de este módulo de aprendizaje sobre *Matemáticas desde la Astronomía* ha supuesto:

- Aprender Matemáticas a través de exploración de situaciones matemáticas, identificación de conceptos y aplicación.
- Desarrollar conocimiento sobre Matemáticas.
- Profundizar en teorías de aprendizaje matemático, en este caso se ha priorizado el enfoque realista y modelos de matematización.
- Comprender las dificultades del aprendizaje de sus futuros alumnos.

² Para el lector o lectora interesados se puede consultar algunos proyectos para trabajar Matemática realista destinados a Secundaria en Gómez-Chacón, I. M^a (Ed.) (2006) *Aprendiendo a Enseñar. WebQuest Matemáticas*, CD-ROM. Acciones formativas de la UCM para la Construcción del Espacio Europeo de Educación Superior. Madrid: Departamento de Álgebra, Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense.

- Planificar la enseñanza, los estudiantes para profesor realizan actividades matemáticas en el nivel de sus alumnos potenciales, reflexionando y discutiendo en pequeños grupos los resultados de las tareas desde la perspectiva del aprendizaje de los alumnos.

A través de estos procesos y actividades para desarrollar la secuenciación del módulo, los estudiantes para profesor han mostrando cierta tendencia a la aplicación de la teoría a la práctica de enseñar y entendiendo que el objetivo final es desarrollar la competencia (conocimiento y destrezas) para enseñar Matemáticas.

La metodología utilizada ha sido trabajar en grupos explorando una situación problemática planteada por la profesora para cada grupo, facilitándole una bibliografía básica que favoreciera el cuestionamiento y la reflexión. Después, los estudiantes debían identificar conceptos, para llegar en la siguiente fase a la aplicación y extensión de nuevas ideas y la formulación del proceso instructivo.

2. QUÉ ES UNA WEBQUEST

Consideramos fundamental en la formación inicial del profesorado de Secundaria que conozca usos informáticos para el desarrollo del conocimiento matemático. Con el modelo WebQuest se pretende promover que los futuros docentes tengan una formación en la elaboración de materiales curriculares a través del ordenador. Las WebQuests son modelos intuitivos, que les ayudan a dar sus primeros pasos en la construcción de actividades de aprendizaje basadas en la red, infundiendo a su proceso de enseñanza, de manera rápida y efectiva, experiencias de aprendizaje que se apoyan en la investigación.

Las WebQuests están orientadas a la investigación guiada en Internet (Dobge, 1999).

El objetivo es que los alumnos adquieran nuevos conocimientos a partir de la investigación de otros puntos de vista.

Este tipo de exploraciones en Internet permite:

- Integrar recursos actuales en tiempo real.
- Trabajar otro enfoque del currículo.
- Favorecer el aprendizaje colaborativo.
- Utilizar estrategias de motivación con problemas de la vida cotidiana.

El resultado final de estas actividades es la creación de un producto, que será presentado y evaluado, a través del trabajo en grupo a lo largo del cual:

- El alumno ejercita habilidades de búsqueda, registro y gestión de la información, seleccionando la que es relevante para la tarea propuesta y aplicando lo aprendido en un contexto determinado. De este modo aprende al tiempo que realiza la actividad.
- El profesor es el mediador que orienta el trabajo, seleccionando y contextualizando los recursos que manejan los alumnos y favoreciendo el trabajo colaborativo.

Las WebQuests están pensadas para trabajar en un periodo de entre 4 y 10 sesiones. Está estructurada en seis partes bien definidas:

1. Introducción.
2. Tarea (objetivo).
3. Proceso (pasos a seguir).
4. Recursos.

5. Evaluación.
6. Conclusión.

Berni Dogde nos ofrece este diagrama sobre las tareas que un alumno puede realizar en una WebQuest.

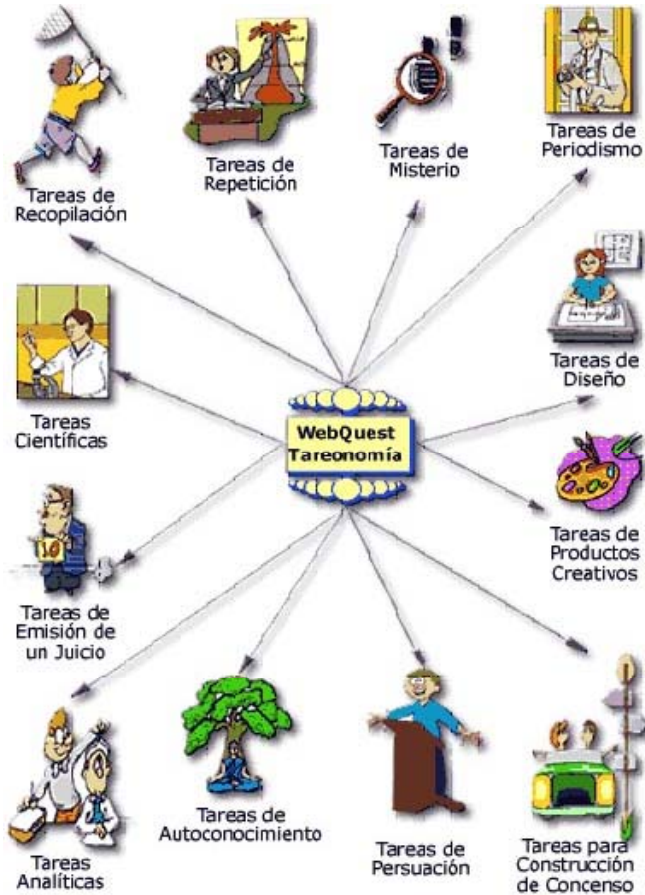


Figura 1: Tipo de tareas en las WebQuest

3. EJEMPLOS DE BUENA PRÁCTICA

Para el estudio de la Astronomía se necesitó de conceptos y métodos matemáticos importantes, los cuales fueron desarrollados con este fin. Antes de mostrar las ejemplificaciones vamos a explicitar lo que ha supuesto la modelización del conocimiento matemático y didáctico.

3.1. La transposición didáctica del conocimiento matemático en la especialización de Astronomía y Geodesia al conocimiento matemático a enseñar en Secundaria

Habitualmente los estudiantes para profesor que trabajan este tema son estudiantes que están cursando en la licenciatura la especialización de *Astronomía y Geodesia*, por tanto tienen bastantes conocimientos matemáticos a nivel superior, pero desconocen cómo transferirlo al espacio escolar. Como consecuencia de este hecho, en las ejemplificaciones se trabaja la modelización de competencias del estudiante para profesor, desde la interacción que supone distintos dominios de conocimiento para su actuación didáctica: contenido matemático, tecnología y modelización de procesos de aprender a enseñar.

Se focaliza en el conjunto de transformaciones que sufre un saber a efectos de ser enseñado (transposición didáctica) y la modelización de los procesos de enseñar que conlleva.

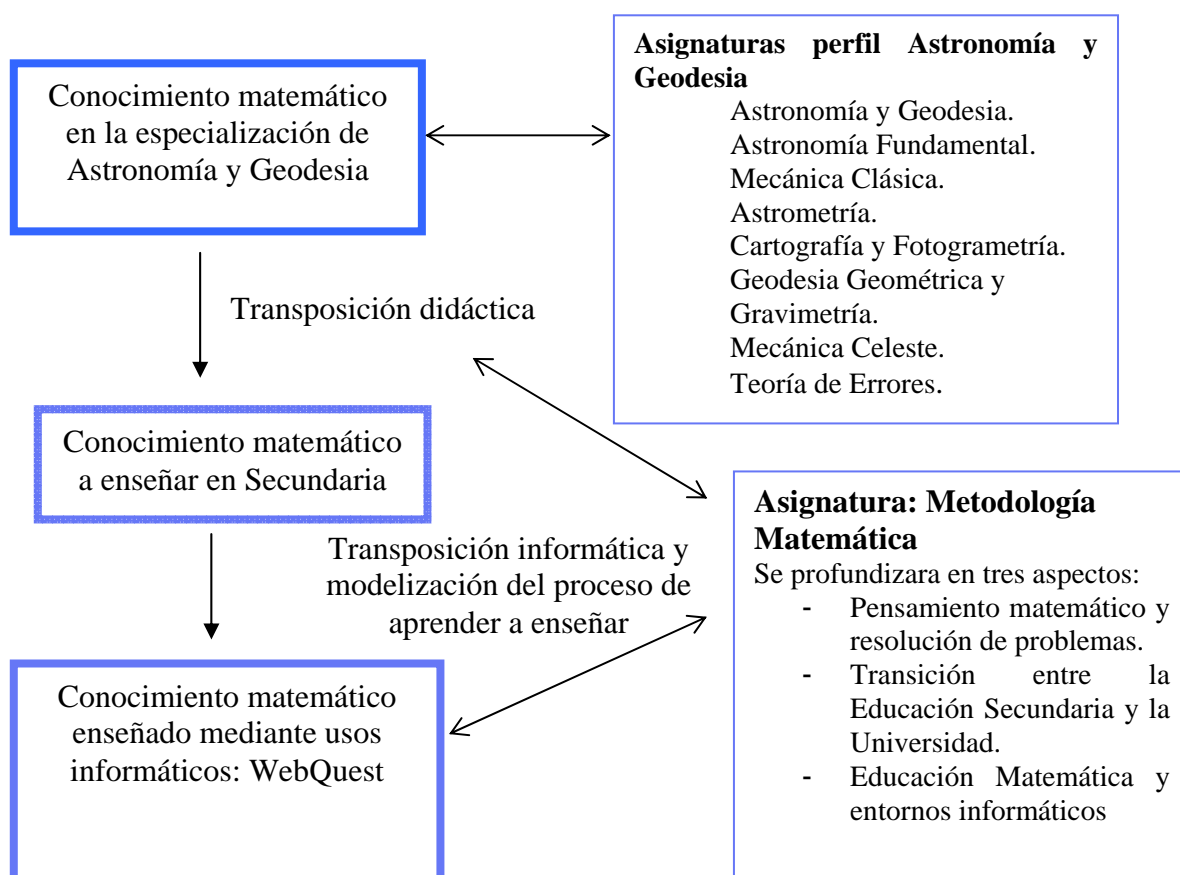


Figura 2: La transposición didáctica del conocimiento matemático en la especialización de Astronomía y Geodesia al conocimiento matemático a enseñar en Secundaria

El conocimiento adquirido en el curso de las asignaturas arriba mencionadas (Fig. 2) es un conocimiento de carácter fuertemente matemático y de un nivel bastante alto, por lo que su transferencia al espacio escolar de Secundaria no es en absoluto sencillo.

Expresamos a continuación la reflexión de un estudiante para profesor sobre este proceso cuando tuvo que diseñar y elaborar la WebQuest:

“En mi opinión el mejor curso para desarrollarla sería 1º de bachillerato y creo que en ningún caso debe hacerse antes de 4º de ESO.

Generalmente en la sociedad actual se tiene una visión de la Astronomía muy distorsionada en relación a lo que realmente es constitutivo de esta rama de la ciencia. No consiste simplemente en mirar a través de un telescopio las estrellas y hacer fotos bonitas, ni en lanzar de vez en cuando algún cohete a lugares remotos. La Astronomía siempre ha estado en la vanguardia de la ciencia, innovando y utilizando las técnicas más novedosas; pero bajo todo eso hay un importantísimo sustrato matemático sin el cual nada podría hacerse. Y es con estos modelos, algoritmos y técnicas matemáticas con lo que en realidad los astrónomos trabajan día a día.

En cuanto a la Geodesia basta decir que fuera del ámbito académico más cercano a ella es una ciencia absolutamente desconocida de la que apenas nadie ha oído hablar. Y sin embargo es una disciplina científica que en los últimos años ha experimentado un desarrollo espectacular y que ha contribuido de forma decisiva en tecnologías que actualmente consideramos casi imprescindibles, como la telefonía móvil o el GPS.

Así pues, el primer “enemigo” a batir en esta transposición didáctica es la mala información y el desconocimiento de los alumnos acerca de estas materias. Sin embargo, hay un punto muy favorable hacia el estudio de ellas: la fascinación que el cielo, los astros y sus movimientos han ejercido desde tiempos inmemoriales sobre los seres humanos. No se debe dejar de tener esto en cuenta, ya que supone una de las mejores fuentes de motivación del alumnado para su estudio.

A la hora de adaptar estos conocimientos astronómicos a la etapa de Secundaria es conveniente empezar explicando la relación existente entre Astronomía y Matemáticas y cómo a lo largo de la historia se ha valido la primera de la segunda. Un buen ejemplo de ello son las Leyes de Kepler, que exigen el conocimiento de las cónicas (en particular las elipses) para comprender el movimiento de los planetas. También puede ser interesante comentar cómo el conocimiento de los triángulos y sus propiedades permiten establecer triangulaciones y obtener así diferencias de altitud entre dos lugares.

Una vez reconocida esta base matemática inherente y necesaria en el desarrollo de estas ciencias se pueden empezar a introducir (dependiendo del nivel y curso al que se dirija la explicación) contenidos de una mayor complejidad a través de ejemplos y ejercicios, pero siempre sin perder de vista los objetos sobre los que se trabaja (planetas, estrellas, la propia Tierra...) para tratar de mantener la motivación.

Así se puede aprovechar para presentar y hacer comprender objetos matemáticos de gran complejidad, como el concepto de infinito (geométrico y analítico), la dificultad de efectuar determinadas mediciones, el problema del tiempo... Aunque siempre conviene dejar claro que los problemas tratados son simplificaciones de la realidad.

Es importante señalar que para los alumnos de Secundaria será un gran estímulo ver cómo sus conocimientos matemáticos, que muchas veces consideran inservibles, tienen aplicación en la vida real y sirven para el desarrollo de la humanidad en general y para su bienestar personal en particular.

Se puede concluir por tanto que, pese a la desinformación inicial de los alumnos, si se aprovecha la motivación extra que produce la Astronomía, la experiencia será muy gratificante para todos los que participen en ella. El complemento ideal para todo este trabajo sería, si existiera la posibilidad, una expedición al campo para observar los astros a través de un telescopio, con lo que se podría poner en práctica lo aprendido durante las clases.

Así pues, en mi opinión, este proyecto desarrollará en los alumnos su aptitud hacia las Matemáticas; pero también, y esto es lo más importante, su actitud hacia ellas“ (Entrevista a RC, Febrero de 2006).

3.2. Medir la Tierra desde la Luna

Antes de que el estudiante comenzara a elaborar la WebQuest se le presentó este proyecto como una ejemplificación que muestra los distintos niveles de interacción y modelización de dominios de conocimiento (contenido matemático, tecnología y modelización de procesos de aprender a enseñar), anteriormente mencionados, para la actuación didáctica que deberán realizar en el material que elaboren.

La modalidad de articulación de los conocimientos escolares por proyectos es una forma de organizar las actividades de enseñanza y aprendizaje que supone la consideración de que dichos conocimientos no se ordenan para su comprensión de una forma rígida, ni

tampoco se estructuran en función de unas referencias disciplinares preestablecidas, o se compaginan en favor de una homogeneización del alumnado.

Los proyectos pueden organizarse siguiendo un determinado eje: la definición de un concepto, un problema general o particular, un conjunto de preguntas interrelacionadas, una temática que merezca la pena trabajar por sí misma. En cualquier caso, normalmente se superan los límites de una materia, en nuestro caso de Matemáticas.

Medir la Tierra desde la Luna. Este proyecto ha sido diseñado en forma de una pequeña web alrededor de la geometría de los eclipses de sol y de luna. Es un material publicado en Gómez-Chacón, Figueiras, Marín (2001) *Matemáticas en la Red. Internet en el aula de Secundaria*. Madrid: Narcea. A través de diversas páginas se conectan las Matemáticas con la Astronomía. El proyecto incluye un ejercicio interactivo realizado con *Cinderella*.

Los objetivos de este proyecto son:

- Conocer cómo se producen los eclipses y diferenciar entre eclipses de Sol y de Luna.
- Saber construir la circunferencia que pasa por tres puntos.
- Tener una idea de la relación entre los tamaños del Sol, la Luna y la Tierra.

Actividades

A continuación se recogen algunos extractos de cómo se han formulado las actividades. El proyecto más desarrollado se recoge en versión electrónica.

Introducción

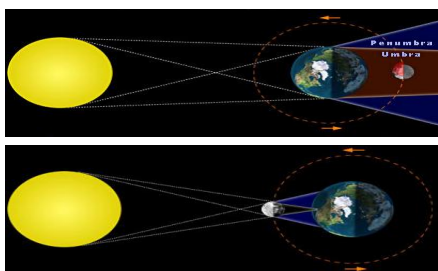
El Sol y la Luna fueron dos grandes relojes para las antiguas civilizaciones. La salida y la puesta del Sol indicaban el comienzo y el fin del día; las fases lunares indicaban el paso de los meses. Mediante cuidadosas observaciones y anotaciones de lo que sucedía en el cielo, hombres y mujeres llegaron a establecer un calendario y aprendieron a orientarse.



Uno de los espectáculos que más podemos disfrutar como aficionados a la Astronomía es un eclipse total de Sol. Los eclipses de Sol son menos frecuentes que los de Luna y se ven además desde una extensión terrestre más reducida. Esta fotografía ha sido tomada durante un eclipse de Luna.

Llegar a conocer cómo se mueven la Tierra, la Luna y los planetas alrededor del Sol ha sido un esfuerzo permanente en la ciencia desde la antigüedad. Se llevaban a cabo cuidadosas anotaciones acerca de cuándo se producían eclipses de Sol y de Luna. Pero los eclipses no son visibles desde cualquier lugar de la Tierra y la dificultad para predecirlos y aún más explicar por qué suceden sería una tarea muy difícil si no conociésemos cómo son los movimientos de la Tierra y la Luna.

1. Geometría de los eclipses



Un eclipse de Luna puede producirse únicamente si la Luna atraviesa alguna porción de la sombra de la Tierra, tal y como muestra la figura. Se produce un eclipse total de Luna cuando atraviesa el umbral de sombra de la Tierra. Se produce un eclipse de Sol cuando la Luna se interpone entre la Tierra y el Sol. Si la sombra eclipsada.

Es una coincidencia asombrosa que la Luna y el Sol se vean desde la Tierra aproximadamente iguales de tamaño. En realidad, el Sol, con un radio de 695.520 km es 400 veces más grande que la Luna. El Sol está a una distancia de 149.659.169 km ¿Podrías calcular a qué distancia aproximada se encuentra la Luna de la Tierra?

La versión interactiva de este proyecto incluye otras preguntas y construcciones geométricas relacionadas.

Además, otros recursos interesantes de Astronomía disponibles en Internet pueden visitarse en:

URL: <http://sunearth.gsfc.nasa.gov/>

es la página de la NASA. Contiene mucha información, dirigida de forma diferenciada a profesionales de la Astronomía y al profesorado.

URL: <http://www.seds.org/>

Es una de las páginas más interesantes y completas que hemos encontrado sobre Astronomía. En particular el recorrido por los nueve planetas es especialmente recomendable.

URL: <http://www-spf.gsfc.nasa.gov/stargaze/Mintro.htm>

Es un curso en español sobre Astronomía que contempla las Matemáticas de base que son necesarias para seguirlo. Encontraréis recursos e información adaptada para muchos niveles.

3.3. WebQuest “Las Matemáticas en el cielo”



Esta WebQuest, elaborada por alumnos de estudiantes para profesores³ bajo la supervisión de la profesora, está dirigida a los alumnos de Secundaria y Bachillerato (Gómez-Chacón, 2006).

Se pretende un acercamiento a la Astronomía a través del aprendizaje de conceptos básicos de Matemáticas. El objetivo fundamental es introducir la Astronomía de una manera fácil y comprensible.

³ Los alumnos que han colaborado son: Joaquín Botas Jerez, José Luis López Bueno, M^a de la Peña Orera Aylón, César Rodríguez Gordillo

En la WebQuest se plantea una secuencia a través de diferentes secciones y problemas (una dirigida al profesor que vaya a utilizar el material y el resto para trabajo de los alumnos. En la sección de introducción se presentan algunos aspectos históricos y se describe el objeto de estudio de la Astronomía, como ciencia que estudia las posiciones relativas, los movimientos, la estructura y la evolución de los cuerpos celestes. Se ha considerado una sección de curiosidades en la que se resuelven problemas como: “Dibujando el infinito” (introducción al espacio proyectivo), “Cálculo del tamaño de la Tierra según Eratóstenes”, “Explicación de por qué existen años bisiestos, etc. A continuación mostramos como ejemplo uno de estos problemas:

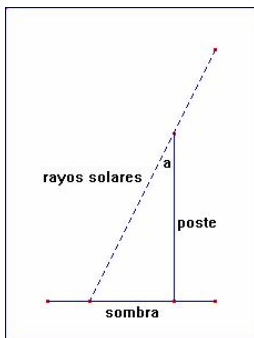
Tamaño de la Tierra



¿Sabrías como medir la Tierra sin tener que darle toda la vuelta? Sigue leyendo y sabrás cómo lo hizo Eratóstenes.

Eratóstenes, director de la Gran Biblioteca de Alejandría, sabía que, en Siena, al mediodía del día del solsticio de verano, los rayos del Sol caían completamente perpendiculares sobre la Tierra. Lo había comprobado viendo que el fondo de un pozo estaba completamente iluminado.

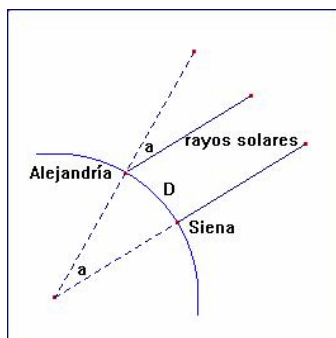
El mismo día, en Alejandría no pasaba eso, pues cualquier poste vertical hacía sombra sobre el suelo. Midiendo la sombra y el poste, calculó el ángulo α , ángulo de incidencia de los rayos de Sol sobre Alejandría.



Suponiendo que los rayos del Sol son paralelos en ambas ciudades, afirmó que ese ángulo α era la diferencia de latitud entre las 2 ciudades. Aproximadamente 7 grados 12 minutos, la quincuagésima parte del círculo.

Sabiendo que la distancia entre las ciudades era aproximadamente de 5000 estadios (medida usada en la antigüedad, aproximadamente 160 metros), la circunferencia de la Tierra sería aproximadamente de $50 \cdot 5000 = 250000$ estadios, unos $250000 \cdot 160 = 40000$ kilómetros

Los cálculos actuales afirman que el radio de la Tierra es de unos 6400 kilómetros, que hacen que aproximadamente, la circunferencia de la Tierra sea de $2 \cdot 3,14 \cdot 6400 = 40192$ kilómetros



No está nada mal el cálculo de Eratóstenes ¿verdad?

Una vez mostrada esta secuencia de problemas, se profundiza en los conceptos matemáticos que hay detrás de la resolución y que corresponden al currículo de Secundaria y Bachillerato. Para comprobar si se ha entendido bien la teoría, no hay nada mejor que hacer ejercicios, terminando con una sección de cuatro problemas para resolver:



1. Medida de distancias mediante la triangulación.
2. Figura geométrica de la órbita de los planetas.
3. Vectores de movimiento.
4. Tipos de fórmulas de elipse.

También, en la WebQuest se incluyen referencias y la solución a los problemas y ejercicios planteados.

4. CONCLUSIÓN

Queremos poner de manifiesto que la experiencia ha sido muy positiva en el desarrollo de competencias profesionales y en el desarrollo de procesos para “*Aprender a Enseñar*”. Se ha logrado con los estudiantes para profesores un progreso mayor en la dimensión reflexiva en el desarrollo de la estructura de atención y la conciencia matemática en el aprendizaje de la misma. Incluimos a continuación una de las valoraciones de los alumnos de la especialidad de Astronomía y Geodesia que elaboró el proyecto *Las Matemáticas en el cielo*:

Mi experiencia personal en relación con este proyecto fue muy positiva en todos los aspectos. Especialmente gratificante para mí fue el trabajo en equipo, la colaboración con mis compañeros y el intercambio de ideas. También, destacaría la satisfacción de saber de la futura aplicación del trabajo para el desarrollo de actividades en grupos de Educación Secundaria.

Entre las dificultades que fueron surgiendo a lo largo de todo este proceso creo que la de mayor trascendencia, pero, a la vez, la que mayor motivación produjo, fue la transposición del conocimiento adquirido por mí en los años de estudio en la universidad (el llamado “saber sabio”) a un conocimiento asequible para los alumnos a los que se dirigía el trabajo. En mi opinión éste es uno de los principales problemas y retos a los que se enfrenta la educación tal y como se la concibe hoy día. La manera como intenté solventar este importante punto se basó principalmente en el descubrimiento guiado y en buscar la adquisición gradual de conocimientos por parte del alumno. También, buscamos un diseño atractivo y unos contenidos que pudieran motivar al alumno. Para ello planteamos problemas de dificultad creciente, intercalamos algunas curiosidades y juegos, hicimos dibujos que sirviesen de ayuda, etc. Además, las nuevas tecnologías y, en particular, la informática pues las WebQuests son una de las mejores formas de trabajar a este nivel, dado el poder atractivo que ejercen sobre los alumnos.

De esta manera, diseñamos una Webquest que puede ser trabajada por los alumnos de Secundaria como complemento a las clases teóricas que reciben y que busca ante todo estimular a los estudiantes para que construyan su propio

conocimiento a partir de las preguntas que ellos mismos se hagan y de las cuales deben encontrar respuesta.

Para mí fue un reto apasionante y muy instructivo participar en este proyecto, dado que se debían manejar todo tipo de conocimientos y era una posibilidad de abrir horizontes en la estandarizada Educación Secundaria (Evaluación final de RC, febrero de 2006).

Formarse en los aspectos de enseñanza en Matemática es tener como eje en las aulas no sólo el contenido matemático, sino el *proceso de construcción del conocimiento matemático*; la importancia de los *procesos de motivación en el pensamiento matemático* y los aspectos que conlleva *la transposición didáctica e informática del conocimiento matemático* (transición del conocimiento matemático recibido a nivel universitario al conocimiento escolar).

Respecto a esta transposición y en el “*saber actuar*” hemos constatado que el conocimiento aislado en cuestiones informáticas, si no se relaciona con el resto del conocimiento didáctico y disciplinar, siempre llevará a un uso de los ordenadores como un material aislado, con poca relación con el resto de las materias específicas a este tópico que reciben los estudiantes. En algunos de los casos estudiados dentro de esta experimentación, los procesos de “*saber actuar*” reflejan algunas limitaciones en la organización del conocimiento del estudiante. Consideramos que, para caracterizar estas limitaciones, una perspectiva clave es prestar atención al conocimiento inerte. Algunas veces los estudiantes poseen conocimientos del contenido matemático y estrategias, pero no muestran las competencias aplicables a la redefinición de la tarea para la situación escolar, son *conocimientos “inertes”* los que poseen, es decir, los conocimientos que los alumnos reciben pasivamente y que posteriormente no son capaces de utilizar con otros conocimientos para formar constelaciones dinámicas, para adquirir nuevos conocimientos capaces de abordar los problemas del presente

Además, en estos materiales, que tratan de conectar las Matemáticas con la Astronomía, el análisis de las prácticas realizadas por los estudiantes ha puesto de manifiesto algunos focos de profundización en la formación inicial del profesorado de Matemáticas:

- Las interacciones entre conocimiento matemático y técnico de Astronomía.
- Instrumentación e instrumentalización y la génesis instrumental en los usos informáticos (WebQuest y programas de Geometría dinámica).
- Manejo institucional y el estatus de los instrumentos técnicos para el desarrollo del conocimiento didáctico en las Facultades de Matemáticas.

5. REFERENCIAS

Davis, P.J. (1989): “Applied Mathematics as Social Contract”. En C. Keitel et al. (eds.); *Mathematics, Education, and Society* (pp. 24-28). Paris: UNESCO Series.

De Lange, J. (1996): “Using and Applying Mathematics in Education”. En A.J. Bishop et al. (eds.); *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 49-98). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Dobge, B. (1999): *La transformación de la Educación y el entrenamiento por medio de tecnologías avanzadas*. URL: <http://webquest.sdsu.edu/> y http://www.eduteka.org/tema_mes.php3?TemaID=0011).

- Gómez-Chacón, I. M^a; Figueiras, L. Marín, L. (2001): *Matemáticas en la Red. Internet en el aula de Secundaria*. Madrid: Narcea.
- Gómez-Chacón, I. M^a (2005): Metodología matemática. Asignatura Piloto. Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid.
- Gómez-Chacón, I. M^a (Ed.) (2006): *Aprendiendo a Enseñar. WebQuest Matemáticas*, CD-ROM. Acciones formativas de la Universidad Complutense para la Construcción del Espacio Europeo de Educación Superior. Madrid: Departamento de Álgebra, Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense.
- Gravemeijer, K. (1994): *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-b Press.
- Guzmán, M. de (2001): “Tendencias innovadoras en educación Matemática”, *Sigma, Revista de Matemáticas*, nº 19, 5-25.
- Keitel, C.; Kotzmann, E.; Skovsmose, O. (1993): “Beyond the Tunnel Vision: Analysing the Relationship between Mathematics, Technology and Society”. En C. Keitel; K. Ruthven (eds.); *Learning from Computers. Mathematics Education and Technology* (pp. 243-279). Berlín: Springer Verlag.
- Pasachoff, J. M. y Percy, J. R. (2005): *Teaching and Learning Astronomy: Effective Strategies for Educators Worldwide*. Cambridge: Cambridge University Press.
- VV. AA. (2005) *EU-HOU: Hands-On Universe, Europe bringing frontline interactive astronomy to the classroom*. Proyecto Minerva (Socrates), Comisión Europea.

AGRADECIMIENTOS:

Agradecemos la contribución del alumnado de Metodología Matemática del curso 2005-2007 para hacer posible este trabajo, especialmente a: Joaquín Botas Jerez, José Luis López Bueno, M^a de la Peña Orera Aylón, César Rodríguez Gordillo que trabajaron la Astronomía.