

Valoración de Bonos Convertibles en el Mercado Español a través del Modelo Hull and White

Carely Guada Escalona

Máster TECI
Facultad de Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid

20 de Septiembre de 2013

Resumen

1. Este proyecto tiene la finalidad de describir la metodología empleada para valorar un bono convertible, la cual no ha sido muy explotada por los inversores e investigadores por su complejidad

Resumen

1. Este proyecto tiene la finalidad de describir la metodología empleada para valorar un bono convertible, la cual no ha sido muy explotada por los inversores e investigadores por su complejidad
2. Se presentarán dos maneras de valorar los bonos convertibles debido a que existen diversas formas para ello. Además, se considerará la implementación numérica de la tasa de interés estocástica mediante el modelo de Hull y White

Resumen

1. Este proyecto tiene la finalidad de describir la metodología empleada para valorar un bono convertible, la cual no ha sido muy explotada por los inversores e investigadores por su complejidad
2. Se presentarán dos maneras de valorar los bonos convertibles debido a que existen diversas formas para ello. Además, se considerará la implementación numérica de la tasa de interés estocástica mediante el modelo de Hull y White
3. Se presentarán algunos ejemplos

Bonos Convertibles

Introducción

1. Un activo financiero es un documento legal o título que representa una inversión o un derecho económico para quien está entregando el dinero, que espera recibir renta o retorno por la inversión realizada; y es un mecanismo de financiación para el emisor

Bonos Convertibles

Introducción

1. Un activo financiero es un documento legal o título que representa una inversión o un derecho económico para quien está entregando el dinero, que espera recibir renta o retorno por la inversión realizada; y es un mecanismo de financiación para el emisor
2. Las clases de activo corresponden a las grandes categorías de inversiones que tienen diferentes niveles de riesgo y rentabilidad. Generalmente las empresas para obtener capital en los mercados financieros, eligen entre tres principales clases de activos: las acciones, los bonos y los bonos convertibles

Bonos Convertibles

Definición

1. Un bono convertible es un título de deuda corporativa que puede ser canjeado en un número prefijado de acciones del emisor en cualquier momento antes del vencimiento, y el titular recibe unos pagos periódicos (cupones). Posee un valor nominal que será pagado en la fecha de vencimiento de no haber sido canjeado

Bonos Convertibles

Definición

1. Un bono convertible es un título de deuda corporativa que puede ser canjeado en un número prefijado de acciones del emisor en cualquier momento antes del vencimiento, y el titular recibe unos pagos periódicos (cupones). Posee un valor nominal que será pagado en la fecha de vencimiento de no haber sido canjeado
2. Los convertibles son instrumentos financieros innovadores que tienen más similitudes con los derivados que con los bonos convencionales

Bonos Convertibles

Características influyentes en su cotización

1. Principal

Bonos Convertibles

Características influyentes en su cotización

1. Principal
2. Cupón

Bonos Convertibles

Características influyentes en su cotización

1. Principal
2. Cupón
3. Frecuencia del bono

Bonos Convertibles

Características influyentes en su cotización

1. Principal
2. Cupón
3. Frecuencia del bono
4. Razón de conversión

Bonos Convertibles

Características influyentes en su cotización

1. Principal
2. Cupón
3. Frecuencia del bono
4. Razón de conversión
5. Primera fecha de conversión

Bonos Convertibles

Características influyentes en su cotización

1. Principal
2. Cupón
3. Frecuencia del bono
4. Razón de conversión
5. Primera fecha de conversión
6. Provisiones de compra

Bonos Convertibles

Características influyentes en su cotización

1. Principal
2. Cupón
3. Frecuencia del bono
4. Razón de conversión
5. Primera fecha de conversión
6. Provisiones de compra
7. Disposiciones de las provisiones de compra

Bonos Convertibles

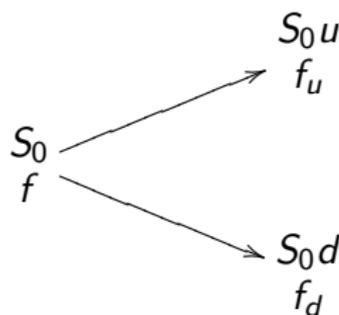
Características influyentes en su cotización

1. Principal
2. Cupón
3. Frecuencia del bono
4. Razón de conversión
5. Primera fecha de conversión
6. Provisiones de compra
7. Disposiciones de las provisiones de compra
8. Provisiones de venta

Árboles Binomiales

Definición

Los árboles binomiales son diagramas que representan las diferentes trayectorias posibles en tiempo discreto, que pueden seguir el precio de una acción durante la vida de la opción



$$f = e^{-r\Delta T} [pf_u + (1-p)f_d]$$

$$p = \frac{e^{-r\Delta T} - d}{u - d}$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = \frac{1}{u}$$

Figura: Un paso en el modelo binomial

Árboles

Estructura Temporal

Es la representación gráfica de la relación entre los tipos de interés proporcionados por acciones libres de riesgo y sus diferentes plazos

Árboles

Estructura Temporal

Es la representación gráfica de la relación entre los tipos de interés proporcionados por acciones libres de riesgo y sus diferentes plazos

1. **Modelos endógenos:** realiza un conjunto de supuestos sobre la economía y sobre los factores que mueven la estructura temporal, con estos, se calcula la estructura temporal que serviría de base para valorar activos derivados. Ejemplos: Vasicek, Cox Ingersoll y Ross, etc

Árboles

Estructura Temporal

Es la representación gráfica de la relación entre los tipos de interés proporcionados por acciones libres de riesgo y sus diferentes plazos

1. **Modelos endógenos:** realiza un conjunto de supuestos sobre la economía y sobre los factores que mueven la estructura temporal, con estos, se calcula la estructura temporal que serviría de base para valorar activos derivados. Ejemplos: Vasicek, Cox Ingersoll y Ross, etc
2. **Modelos exógenos:** estos modelos tratan de encontrar un ajuste perfecto a los tipos de interés observados y valoran activos derivados con relación a la estructura temporal observada. Están el modelo de Ho y Lee, Hull y White (HW) y Heath, Jarrow y Morton (HJM)

Árboles Trinomiales

Modelo Hull - White

Suponen que el tipo de interés sigue un proceso cuya deriva es función del tiempo y establecen un procedimiento a través de un árbol trinomial para estimar los parámetros de modo que este modelo sea consistente con los datos observados

Modelo de Hull y White para un factor:

$$dr(t) = [\theta(t) - ar(t)]dt + \sigma dW(t)$$

Árboles Trinomiales

Modelo Hull - White

Suponen que el tipo de interés sigue un proceso cuya deriva es función del tiempo y establecen un procedimiento a través de un árbol trinomial para estimar los parámetros de modo que este modelo sea consistente con los datos observados

Modelo de Hull y White para un factor:

$$dr(t) = [\theta(t) - ar(t)]dt + \sigma dW(t)$$

La implementación de este modelo se hace a través de un árbol trinomial de tasas de interés, con pasos de tiempo Δt entre los nodos y probabilidades p_u , p_m y p_d de producirse movimientos hacia arriba, hacia el medio o hacia abajo, respectivamente

Árboles Trinomiales

Modelo Hull - White

El procedimiento se divide en dos partes:

Árboles Trinomiales

Modelo Hull - White

El procedimiento se divide en dos partes:

1. Se modela un árbol auxiliar $s(t)$ de tasa de interés con reversion a 0

Árboles Trinomiales

Modelo Hull - White

El procedimiento se divide en dos partes:

1. Se modela un árbol auxiliar $s(t)$ de tasa de interés con reversión a 0
2. Se construye el árbol R_t a partir del que se ha construido desplazando los nodos, y que siga un proceso estocástico de la misma naturaleza que la tasa corta r_t

Valoración Bonos Convertibles

Definición

1. La característica de los convertibles de ser un instrumento híbrido los hace difíciles de valorar, porque dependen de variables relacionadas con el modelo subyacente de renta variable, la parte de renta fija, los riesgos asociadas a la misma y la interacción entre dichos componentes

Valoración Bonos Convertibles

Definición

1. La característica de los convertibles de ser un instrumento híbrido los hace difíciles de valorar, porque dependen de variables relacionadas con el modelo subyacente de renta variable, la parte de renta fija, los riesgos asociadas a la misma y la interacción entre dichos componentes
2. El poseedor de un bono convertible tiene el derecho de recibir un cupón futuro, un pago principal y la opción de renuncias de estos pagos por canjes de acciones sujetos a ciertas provisiones **call** o **put**

Valoración Bonos Convertibles

Primer modelo de valoración

1. Se procede a construir el árbol binomial para los posibles precios del subyacente

Valoración Bonos Convertibles

Primer modelo de valoración

1. Se procede a construir el árbol binomial para los posibles precios del subyacente
2. En la madurez, el valor del convertible es igual al máximo entre el valor principal y la paridad

Valoración Bonos Convertibles

Primer modelo de valoración

1. Se procede a construir el árbol binomial para los posibles precios del subyacente
2. En la madurez, el valor del convertible es igual al máximo entre el valor principal y la paridad
3. Se recorre el árbol hacia atrás para calcular el valor del convertible (VC) en cada uno de los nodos

Valoración Bonos Convertibles

Primer modelo de valoración

1. **No activar las provisiones de call o put:** El inversor puede mantener el bono o convertirlo en acciones

Valoración Bonos Convertibles

Primer modelo de valoración

1. **No activar las provisiones de call o put:** El inversor puede mantener el bono o convertirlo en acciones
2. **El convertible puede ser una put a un precio P :** El poseedor del bono puede retener, convertir o vender ($P + B$)

Valoración Bonos Convertibles

Primer modelo de valoración

1. **No activar las provisiones de call o put:** El inversor puede mantener el bono o convertirlo en acciones
2. **El convertible puede ser una put a un precio P :** El poseedor del bono puede retener, convertir o vender ($P + B$)
3. **El convertible puede ser una call o una put:** El emisor pedirá comprar el bono cuando el valor **call** ($C + B$) sea menor que el valor de retención H . Y si el bono es comprable, el inversor todavía puede escoger entre vender el bono por el valor **put**, convertirlo, o aceptar la compra del emisor

Valoración Bonos Convertibles

Primer modelo de valoración

1. **No activar las provisiones de call o put:** El inversor puede mantener el bono o convertirlo en acciones
2. **El convertible puede ser una put a un precio P :** El poseedor del bono puede retener, convertir o vender ($P + B$)
3. **El convertible puede ser una call o una put:** El emisor pedirá comprar el bono cuando el valor **call** ($C + B$) sea menor que el valor de retención H . Y si el bono es comprable, el inversor todavía puede escoger entre vender el bono por el valor **put**, convertirlo, o aceptar la compra del emisor

Valor del convertible:

$$VC = \max(NS, P+B, \min(H, C+B))$$

Valoración Bonos Convertibles

Segundo modelo de valoración

El modelo de valoración consiste en el cálculo del valor presente de los flujos futuros esperados. Al igual que con el modelo explicado anteriormente, se debe modelizar el subyacente y luego la opción de conversión en acciones ordinarias del emisor.

Valoración Bonos Convertibles

Segundo modelo de valoración

El modelo de valoración consiste en el cálculo del valor presente de los flujos futuros esperados. Al igual que con el modelo explicado anteriormente, se debe modelizar el subyacente y luego la opción de conversión en acciones ordinarias del emisor.

En la madurez, el valor del convertible viene dado por:

$$VC_t = S(i, t) \times NS + B$$

Valoración Bonos Convertibles

Segundo modelo de valoración

El modelo de valoración consiste en el cálculo del valor presente de los flujos futuros esperados. Al igual que con el modelo explicado anteriormente, se debe modelizar el subyacente y luego la opción de conversión en acciones ordinarias del emisor.

En la madurez, el valor del convertible viene dado por:

$$VC_t = S(i, t) \times NS + B$$

Para los periodos anteriores a la madurez:

$$VC_t = \text{máx}(\text{Continuación}, \text{Conversión}) + B$$

Valoración Bonos Convertible

Cupón del bono con el modelo de Hull - White

1. Este modelo de tipos de interés proporciona información sobre la evolución esperada de la estructura temporal, útil cuando los cupones de los bonos no son lineales. Se simula los tipos de interés de acuerdo al modelo Hull - White

Valoración Bonos Convertible

Cupón del bono con el modelo de Hull - White

1. Este modelo de tipos de interés proporciona información sobre la evolución esperada de la estructura temporal, útil cuando los cupones de los bonos no son lineales. Se simula los tipos de interés de acuerdo al modelo Hull - White
2. Luego, con el árbol trinomial se representa en tiempo discreto el proceso estocástico para el tipo de interés, el cual permitirá calcular los cupones en cada nodo

Valoración Bonos Convertible

Calibración

La reversión a la media (a) como la volatilidad (σ) pueden ser determinadas a partir de cotizaciones de las volatilidades de los **caps**

Calibración

$$Y = \sum \left[\left(\frac{HWC - MarketCap}{MarketCap} \right)^2 \right]$$

Los **caps** son un instrumento lo suficientemente líquido en el mercado de derivados sobre tipos de interés en el caso español, por lo que son idóneos para calibrar el modelo en cuestión

Valoración Bonos Convertible en el Mercado Español

Convertibles en Acciones del Banco Popular

Dos bonos convertibles con pago de cupón trimestral:

1. 25/08/2013 - 25/11/2015, con $B=7\%$, $\text{principal}=\text{€}1.000$, $\text{Spot}=2,61$, $\text{vol}=44,57\%$ y $N=274,7253$.

Cuadro: Resultados valoración de bonos convertibles

Ejemplos	Modelo 1	Modelo 2	Modelo Calibrado
B. Popular 1	717,03	717,28	722,13

Valoración Bonos Convertible en el Mercado Español

Convertibles en Acciones del Banco Popular

Dos bonos convertibles con pago de cupón trimestral:

1. 25/08/2013 - 25/11/2015, con $B=7\%$, principal= $\text{€}1.000$, Spot= $2,61$, vol= $44,57\%$ y $N=274,7253$.
2. 04/10/2013 - 04/10/2018, con principal= $\text{€}100$, $B=6,75\%$, Spot= $2,469$, vol= $44,57\%$ y $N=27$. Si *precio* $< 0,77$ se asigna dicho valor, o si *precio* $> 7,79$ se utiliza este otro valor.

Cuadro: Resultados valoración de bonos convertibles

Ejemplos	Modelo 1	Modelo 2	Modelo Calibrado
B. Popular 1	717,03	717,28	722,13
B. Popular 2	66,66	66,68	67,11

Valoración Bonos Convertible en el Mercado Español

Convertibles en Acciones del Banco Sabadell

Dos bonos convertibles con pago de cupón trimestral:

1. 11/08/2013 - 11/11/2013. Con $B=7,75\%$, $\text{principal}=\text{€}5$, $\text{Spot}=1,483$, $\text{vol}=37,39$ y $N=4,19$.

Cuadro: Resultados valoración de bonos convertibles

Ejemplo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo Calibrado
B. Sabadell 1	1,77	2,36	2,47

Valoración Bonos Convertible en el Mercado Español

Convertibles en Acciones del Banco Sabadell

Dos bonos convertibles con pago de cupón trimestral:

1. 11/08/2013 - 11/11/2013. Con $B=7,75\%$, $\text{principal}=\text{€}5$, $\text{Spot}=1,483$, $\text{vol}=37,39$ y $N=4,19$.
2. 10/07/2013 - 17/07/2015. Con $B=5,208\%$, $\text{principal}=\text{€}1.000$, $\text{Spot}=1,489$, $\text{vol}=37,39\%$ y $N=239,2345$.

Cuadro: Resultados valoración de bonos convertibles

Ejemplo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo Calibrado
B. Sabadell 1	1,77	2,36	2,47
B. Sabadell 2	356,22	356,34	364,01

Valoración Bonos Convertible en el Mercado Español

Convertibles en Acciones del FCC

Bonos convertible con pago de cupón semestral:

1. 30/07/2013 - 30/10/2014, $B=6,5\%$, principal=€50.000, Spot=9,088, vol=37,85 % y $N=1.321,004$.

Cuadro: Resultado valoración de bono convertible

Ejemplo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo Calibrado
FCC	50,15	41,29	41,95

Conclusiones

I

1. Los bonos convertibles son bonos que incorporan una o varias opciones de conversión por acciones nuevas del emisor. Dan el derecho a sus tenedores de cambiar el bono por un cierto número de acciones en cualquier momento desde hoy hasta el día de la maduración del bono

Conclusiones

I

1. Los bonos convertibles son bonos que incorporan una o varias opciones de conversión por acciones nuevas del emisor. Dan el derecho a sus tenedores de cambiar el bono por un cierto número de acciones en cualquier momento desde hoy hasta el día de la maduración del bono
2. Se han estimado los valores de bonos convertibles, el primero con un valor de bono constante y luego computado por medio de tasas de interés estocástica mediante el modelo Hull-White

Conclusiones

I

1. Los bonos convertibles son bonos que incorporan una o varias opciones de conversión por acciones nuevas del emisor. Dan el derecho a sus tenedores de cambiar el bono por un cierto número de acciones en cualquier momento desde hoy hasta el día de la maduración del bono
2. Se han estimado los valores de bonos convertibles, el primero con un valor de bono constante y luego computado por medio de tasas de interés estocástica mediante el modelo Hull-White
3. La metodología implementada está hecha para valorar un bono convertible genérico, para que pueda ser empleada en otros escenarios

Conclusiones

II

1. En concreto, para la valoración de bonos convertibles el procedimiento se estructura en cuatro fases

Conclusiones

II

1. En concreto, para la valoración de bonos convertibles el procedimiento se estructura en cuatro fases
2. En los distintos ejemplos de valoración, dichas valoraciones fueron aproximadamente iguales. Aunque los distintos métodos pueden adecuarse según los datos que se posean para valorar

Conclusiones

II

1. En concreto, para la valoración de bonos convertibles el procedimiento se estructura en cuatro fases
2. En los distintos ejemplos de valoración, dichas valoraciones fueron aproximadamente iguales. Aunque los distintos métodos pueden adecuarse según los datos que se posean para valorar
3. En una línea de investigación futura, se pueden variar los modelos de valoración, bien sea en cómo valorar los bonos convertibles, o en utilizar otra metodología distinta al modelo de Hull - White para modelar la tasa de interés y con ella calcular el valor del cupón del bono

Bibliografía I



Goldman, S.

Valuing Convertible Bonds as Derivates.
Quantitative Strategies Research Notes, 1994.



Backus, D. Wu, L. y Zin, S.

Technical Note on Hull and White.
NYU Stern School of Business, 1999.



Inter Money Valora Consulting.

Informe de Emisión de Obligaciones Subordinadas Obligatoriamente Convertibles en Acciones de Banco Popular.
Grupo cimd, 2012.



Moreno, M.

Modelización de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés: Valoración de Activos Derivados y Comportamiento Empírico.
Revista Española de Financiación y Contabilidad, XXIX(104):345-376, 2000.



Öhrn, M y Nordqvist, T.

Pricing Convertible Bonds using Stochastic Interest Rate.
Royal Institute of Technology. Suecia, 2001.

Bibliografía II



Tuckman, B.

Fixed Income Securities. Tools for Today's Markets.
USA, 2002.



Hull, J.

Options, Futures and Other Derivatives.
USA, 2008.



Brigo, D y Mercurio, F.

Interest Rate Models - Theory and Practice.
Springer. Alemania, 2006.



London, J.

Modeling Derivatives in C++.
John Wiley and Sons. USA, 2005.



De Spiegeleer, J., Schoutens, W. y Jabre, P.

The Handbook of Convertible Bonds: Pricing, Strategies and Risk Management.
Wiley. UK, 2011.



Zadikov, A.

Methods of Pricing Convertible Bonds.
Universidad de Ciudad del Cabo, Sudáfrica, 2010.

Bibliografía III



Comisión Nacional del Mercado de Valores.

Oferta pública de adquisición de acciones que se formula por la Sociedad Banco de Sabadell, S.A.
Banco Sabadell, 2010.



BARCLAYS CAPITAL y SOCIETE GENERALE CORPORATE - INVESTMENT BANKING.

Folleto de emisión.

Fomento de Construcciones y Contratas, S.A, 2009.