
Modelización del movimiento de manchas de petróleo en mar abierto.

Aplicación al caso del hundimiento del pesquero
Oleg Naydenov y de su impacto en las costas de las
Islas Canarias y África.



TRABAJO FIN DE MÁSTER

Máster en Ingeniería Matemática

Ubay Casanova Blancas

Directores

Benjamín Ivorra
Ángel Manuel Ramos

Facultad de Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid

Madrid, septiembre de 2016

Quiero agradecer a mis tutores Benjamín Ivorra y Ángel Manuel Ramos toda su ayuda para la realización de este Trabajo Fin de Máster.

También, darle las gracias a todos mis compañeros del Máster de Ingeniería Matemática.

Un placer compartir todo un año.

*We are drowning in information
and starving for knowledge.*

- Rutherford D. Roger

Índice general

1.	Introducción y objetivos	1
2.	El pesquero Oleg Naydenov	3
3.	Modelo matemático	4
3.1.	Modelo general	4
3.2.	Modelo particularizado para el caso del Oleg Naydenov	6
4.	Métodos numéricos	6
4.1.	Introducción a los métodos numéricos	6
4.1.1.	Ecuación de advección	9
4.2.	Aproximación de la solución del modelo para el Oleg Naydenov	11
5.	Experimentos numéricos	15
5.1.	Validación del modelo	16
5.2.	Posición de hundimiento del barco	18
5.3.	Ampliación del dominio hasta las costas africanas	19
6.	Conclusiones	23

Índice de figuras

1.	Voluntarios limpiando manchas de petróleo (accidente del Prestige, 2002)	2
2.	El pesquero ruso Oleg Naydenov (azul) hundiéndose	3
3.	Recorrido del pesquero hasta su hundimiento el 14 de abril de 2015	4
4.	(Izquierda) Foto de la NASA del 18 de abril de 2015, donde se observa dentro del cuadrado rojo el vertido de petróleo. La posición del barco está representado por un círculo azul. (Derecha) Simulación del modelo para el mismo día. Se dibuja una estrella azul para representar la posición del barco.	16
5.	(Izquierda) Imagen procesada por el Instituto de Oceanografía y Cambio Global de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria para poder identificar el vertido de petróleo sobre la superficie del mar. Se representa con un círculo azul la posición del barco. (Derecha) Simulación del modelo para el mismo día. Se dibuja una estrella azul para representar la posición del barco.	17
6.	Simulación del modelo el día que se detectaron manchas de petróleo en la costa sur/suroeste de Gran Canaria. La posición del barco se representa con una estrella azul y la costa, de color marrón. Las flechas indican la intensidad (longitud de la flecha) y dirección del viento.	18
7.	Posiciones simuladas del hundimiento del Oleg Naydenov	19
8.	Concentración de petróleo simulada por el modelo considerando dos posiciones de hundimiento del barco. La costa es representada de color marrón y las flechas indican la intensidad (longitud de la flecha) y dirección del viento. Posición del barco: (Izquierda) [27.78 -14.9] (Derecha) [27.68 -14.57]	21
9.	Concentración de petróleo simulada por el modelo extendiendo el dominio hasta la costa africana. La posición del barco se representa con una estrella azul. Las flechas indican la intensidad (longitud de la flecha) y dirección del viento.	22

1. Introducción y objetivos

En las últimas décadas, se han producido grandes avances en el mundo de las máquinas de cálculo, lo que ha contribuido a que el campo de la modelización matemática avanzara muy rápidamente. Esto es debido a que algunos modelos matemáticos no son resolubles de manera analítica, y se deben resolver por métodos numéricos [12], para lo que es imprescindible una máquina que pueda realizar los cálculos.

Los modelos matemáticos son utilizados en una gran variedad de campos del conocimiento: industria, ingeniería, economía, psicología, etc. Además, se utilizan también para explicar los sistemas que evolucionan con el tiempo, llamados sistemas dinámicos. Para hacerlo, es necesario caracterizar el sistema de forma que se puedan encontrar relaciones entre los distintos elementos que interaccionan en él. Uno de los pasos a realizar en cualquier modelización es la de simplificar el proceso, pues en todo sistema real existen infinidad de fenómenos que obligan a pasar de un entorno real a uno idealizado para poder realizar posteriormente un modelo. No existe una metodología que permita realizar estas simplificaciones, por lo que esta etapa se resuelve en gran medida gracias a la experiencia y a unas hipótesis impuestas para la validez del modelo. Los modelos tendrán validez siempre que se respeten las condiciones que se han tenido en consideración en el mismo.

Se han estudiado y modelizado sistemas dinámicos de diversa índole: para la epidemia del ébola ocurrida en 2014 se validaron modelos que predecían el riesgo de contagio entre países [18]; en el campo de la biología se han planteado modelos para medir el impacto de la pesca en la supervivencia de poblaciones de peces [2]; cualquier sistema electrónico es modelizado utilizando herramientas de la matemática aplicada.

Un sistema dinámico muy estudiado en los últimos años trata sobre el transporte de contaminantes sobre fluidos. La concienciación global sobre el mantenimiento de los recursos hídricos ha fomentado la aparición de nuevos modelos para evaluar la presencia de vertidos en las aguas [4].

La contaminación debida al petróleo derramado en mar abierto ha sido el origen de algunos de las peores catástrofes medioambientales de la historia [19, 27]. El impacto tanto ecológico como económico de estos acontecimientos son normalmente muy importantes y deberían ser controlados lo más rápido posible para minimizar las cuantiosas pérdidas. Por ejemplo, en 1989, el petrolero Exxon Valdez se hundía cerca de Alaska con más de 10 millones de galones de petróleo. Se estimó que murieron más del 50 % de aves marinas y nutrias de la zona. Además, se estimó que descontaminar toda la zona contaminada costó más de 2.000 millones de dólares [23].

Además del problema medioambiental que conllevan estos accidentes, el riesgos de salud para las personas también existe [15, 10]. Los peces de la zona pueden incorporar contaminantes orgánicos persistentes y los depredadores que los consumen transmiten el envenenamiento de un animal a otro por la cadena alimenticia, poniendo en riesgo incluso la seguridad en la alimentación humana. Además, en casos en los que la ciudad se abastece de agua potable directamente desalinizada del mar, es un problema mayor, pues la contaminación puede llegar a través del agua de las casas.

También en tierra firme, el crudo queda impregnado en los sedimentos de las costas afectando a los organismos que allí viven. El ecosistema periférico no se puede regenerar ya que esta película de hidrocarburo impide el crecimiento de nuevas plantas.



Figura 1: Voluntarios limpiando manchas de petróleo (accidente del Prestige, 2002)

Una de las principales técnicas de limpieza para estos desastres es el uso de barcos especializados en extracción de crudo [20]. Estos barcos utilizan varias bombas distribuidas a lo largo de su línea de flotación para extraer el petróleo de la superficie directamente hacia las unidades de almacenamiento que se encuentran en su interior. Para ello deben situarse sobre las propias manchas de crudo para realizar la succión.

Por ello, se ha visto la necesidad de la creación de herramientas que permitan predecir de manera precisa el movimiento de las manchas de petróleo sobre la superficie del mar [26, 14] y, de esta manera, evaluar la manera de limpiarlas de la forma más eficiente [13].

El objetivo de este trabajo consiste en estudiar y verificar el modelo propuesto en [17] para el derrame producido por el petróleo del pesquero 'Oleg Naydenov'. Para ello, se realizarán diferentes simulaciones y, posteriormente, se validará el modelo una vez ya ha ocurrido el desastre.

El segundo objetivo trata de determinar si el traslado del barco a una posición al sur de la isla de Gran Canaria permitió evitar una mayor catástrofe en las costas de las Islas Canarias.

Como tercer objetivo, se planteará la posibilidad de que el vertido del 'Oleg Naydenov' alcanzara las costas africanas. Para ello, se extenderá el campo de estudio hasta una longitud y latitud que incluya las costas del continente africano y se analizará el derrame sobre el nuevo escenario.

El trabajo está organizado en cinco secciones. En la sección 2 se aportan detalles sobre el accidente del Oleg Naydenov, explicando cómo se produjo y las decisiones que se tomaron en esos días para remolcar el barco. En la sección 3 se introduce el modelo matemático utilizado para la simulación del derrame de petróleo en el mar. En la sección 4 se hace una introducción a los métodos numéricos, entrando en detalle de algunos esquemas específicos utilizados para la resolución de modelos de advección y se aporta la solución numérica

empleada para el modelo propuesta en este trabajo. En la sección 5 se muestran los resultados de varios experimentos numéricos, donde se simulan distintos escenarios. Y para terminar, se incluyen las secciones de conclusiones y bibliografía.

2. El pesquero Oleg Naydenov

El 14 de abril de 2015 el pesquero ruso 'Oleg Naydenov' de 120 metros de eslora se hundía cerca de las costas de Canarias con cerca de 1400 toneladas de petróleo en sus tanques. En concreto, el barco fue desplazado a la costa sur de la isla de Gran Canaria para su hundimiento [5]. El petróleo derramado en el mar, con un flujo de en torno a 5/10 litros por hora [6], presentaba un peligro real de contaminación para las Islas Canarias.

El 'Oleg Naydenov' contaba con una tripulación de 72 personas cuando el 11 de abril comenzó a incendiarse la sala de máquinas. Tras varias horas de labores de extinción, resultó imposible apagar el fuego a pesar de la ingente cantidad de agua arrojada sobre él en los muelles y se evacuó a la tripulación de manera segura. Ante el riesgo de que se hundiera dentro del Puerto de la Luz y para evitar que su incendio se propagara a otras naves, se tomó la decisión de sacarlo a mar abierto. El pesquero había cargado 1.409 toneladas de fuel [21] para salir a faenar cuando sufrió el incendio en el puerto de Las Palmas y que posteriormente resultó incontrolable.



Figura 2: El pesquero ruso Oleg Naydenov (azul) hundiéndose

El 12 de abril fue arrastrado fuera del puerto ante el riesgo de que virase, ya que se desconocía cómo podía evolucionar un buque de estas grandes dimensiones. En algunos casos con barcos similares, las embarcaciones han ardido durante varios días, y en otros, se han hundido rápidamente.

El pesquero se fue remolcando hacia el este a unas 20 millas (37 kilómetros) al sur de Punta Jandía, en Fuerteventura, adonde llegó el 13 de abril. Se esperaba que el fuego se fuera extinguiendo al mismo tiempo que se iba remolcando progresivamente otra vez hacia el sur de Punta Maspalomas, en Gran Canaria. Debido a la gran cantidad de agua utilizada para intentar apagar el incendio, el buque fue virándose a babor hasta que finalmente se hundió el 14 de abril a las 22:45 a unos 30 kilómetros al sur de Maspalomas.



Figura 3: Recorrido del pesquero hasta su hundimiento el 14 de abril de 2015

3. Modelo matemático

En este trabajo se propone un modelo desarrollado en trabajos previos [17] para simular y predecir el movimiento del crudo en el mar producido por el derrame del barco 'Oleg Naydenov'. Este modelo está basado en una ecuación de advección-difusión-reacción.

Muchos problemas físicos pueden ser modelados analizando el balance de tres fenómenos: la difusión, la advección y la reacción [11].

- La difusión se define como la dispersión de las especies involucradas en el proceso a lo largo del dominio físico del problema.
- La advección se relaciona con el transporte de especies debido a la presencia de campos de velocidad.
- Y por último, la reacción es el proceso de interacción mediante la cual se generan o se consumen las especies involucradas en el fenómeno.

La parte de advección del modelo tiene en cuenta el movimiento del crudo debido a los campos de velocidad del viento y las corrientes marinas, mientras que la parte reactiva del modelo viene dada por la presencia del barco de bombeo de petróleo y por las fugas de crudo del propio pesquero hundido.

3.1. Modelo general

Se considera un intervalo de tiempo $(0, T)$, y un dominio espacial $\Omega \subset (x_{1,\min}, x_{1,\max}) \times (x_{2,\min}, x_{2,\max}) \subset \mathbb{R}$. La costa no está incluida en el dominio Ω . Se denota por $\partial\Omega_o$ el

- $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix}$, d_1, d_2 (ambos >0) siendo los coeficientes de difusión en las direcciones oeste-este y norte-sur.
- \mathbf{w} es la componente horizontal de viento multiplicada por un adecuado factor de arrastre.
- \mathbf{s} es la velocidad del mar.
- c_{ref} es la concentración de referencia del contaminante (aquí, $c_{\text{ref}} = 1$), y $\kappa > 0$ (valores típicos de κ son 1, 2 y 3), depende fuertemente del tipo de petróleo.
- $L = \sqrt{(x_{\text{max}} - x_{\text{min}})^2 + (y_{\text{max}} - y_{\text{min}})^2}$ es el tamaño característico del dominio Ω .

3.2. Modelo particularizado para el caso del Oleg Naydenov

En el caso del Oleg Naydenov, el modelo sufre ligeras modificaciones debido a que se cancelan algunos términos. En la parte reactiva del modelo 1 se tienen en cuenta tanto la generación de petróleo debido a las fugas del barco como la extracción de fuel debido a barcos de bombeo. En el caso del pesquero ruso, este último término se anula ($Q = 0$) debido a que no se han encontrado referencias que indiquen la utilización de barcos extractores de petróleo. Además, el término que aporta al modelo la fuente de petróleo se ve modificado dependiendo del calendario, como se verá más adelante.

4. Métodos numéricos

4.1. Introducción a los métodos numéricos

Las soluciones numéricas de las ecuaciones diferenciales parciales (EDP) requieren siempre una discretización del problema. Esto quiere decir que en lugar de utilizar un espacio de dimensión continuo x o un tiempo continuo t se tiene:

$$\begin{aligned} x &\rightarrow x_i \in \{x_1, \dots, x_{N_x}\} \\ t &\rightarrow t_i \in \{t_1, \dots, t_{N_t}\} \end{aligned} \tag{2}$$

En otras palabras, se construye un conjunto discreto de puntos. Esto se denomina malla, y la solución numérica se realiza sobre esta malla de puntos. Así, se deben reemplazar las funciones $q(x)$ o $q(x, t)$ por sus equivalentes $q(x_i)$ o $q(x_i, t_n)$. A partir de ahora se escribirá $q(x_i, t_n) = q_i^n$.

Para introducir algunos conceptos básicos, se pondrá atención en un ejemplo: en la solución de una ecuación diferencial ordinaria (EDO) como

$$\frac{dq(t)}{dt} = F(t, q(t)) \quad (3)$$

donde $F(t, q)$ es una función de q y t . Se asume que en el tiempo inicial $t = t_0$ se conoce el valor de q y se desea resolver esta ecuación en tiempo t usando un método numérico. Para hacerlo, se discretizan tanto los pasos de tiempo $t \rightarrow \{t_0, t_1, \dots, t_N\}$ como los valores de $q(t)$ pertenecientes a esos tiempos. El método más común es el método de Euler *hacia delante* que da la expresión:

$$\frac{q_{n+1} - q_n}{\Delta t} = F(t_n, q_n) \quad (4)$$

la cual se puede reordenar como:

$$q_{n+1} = q_n + F(t_n, q_n) * \Delta t \quad (5)$$

Este método se llama *integración explícita*, ya que los nuevos valores de q son dados de manera explícita por los términos pasados de q . Aunque es un método muy simple, tiene algunos inconvenientes. Por ejemplo, es numéricamente inestable para pasos de tiempo Δt demasiado grandes.

Una manera para estabilizar la integración para pasos de tiempo más grandes es usar el método de Euler *hacia atrás*:

$$q_{n+1} = q_n + F(t_{n+1}, q_{n+1}) * \Delta t \quad (6)$$

el cual es llamado *integración implícita*. Esta ecuación necesita el valor q_{n+1} para calcular q_{n+1} . El truco consiste en la manipulación de la ecuación de tal forma que, finalmente, q_{n+1} pueda ser escrita de forma explícita. Un ejemplo:

$$\frac{dq(t)}{dt} = -q \quad (7)$$

que discretizada de forma implícita queda como

$$q_{n+1} = q_n - q_{n+1} * \Delta t \quad (8)$$

Aunque sea una ecuación implícita, se puede reescribir como

$$q_{n+1} = \frac{q_n}{1 + \Delta t} \quad (9)$$

el cual es estable para todo $\Delta t > 0$.

Sin embargo, en muchos casos $F(t, q)$ es no lineal, y una manipulación tan simple no es posible. En ese caso, lo adecuado es realizar transformaciones lineales sobre el actual valor de q_n y realizar las manipulaciones en $\delta q_{n+1/2} = q_{n+1} - q_n$.

Aunque los métodos implícitos son estables, para largos pasos de tiempo Δt no suelen ser excesivamente precisos.

Una alternativa a estos dos métodos es una combinación de ambos, llamada la *regla del punto medio*:

$$q_{n+1} = q_n + F(t_{n+1/2}, q_{n+1/2}) * \Delta t \quad (10)$$

donde $n + 1/2$ se entiende por la posición entre t_n y t_{n+1} . Aquí el problema radica en que no se conoce $q_{n+1/2}$, ni en el momento n , ni una vez q_{n+1} es conocido. Un método de integración similar a la regla del punto medio, pero más fácilmente aplicable es la *regla del trapecoide*:

$$q_{n+1} = q_n + \frac{1}{2}[F(t_n, q_n) + F(t_{n+1}, q_{n+1})] * \Delta t \quad (11)$$

que para el ejemplo de la Ecuación 7 se puede escribir:

$$q_{n+1} = \frac{1 - \Delta t/2}{1 + \Delta t/2} q_n \quad (12)$$

Para convertir las ecuaciones en diferenciales parciales a la forma discreta se necesita formular la derivada en forma discreta. Una derivada viene definida por:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{q(x + \Delta x) - q(x)}{\Delta x} \quad (13)$$

Para Δx se podría tomar $x_{i+1} - x_i$ pero en un cálculo numérico no se puede hacer $\Delta x \rightarrow 0$ porque requeriría una malla de infinitos puntos. Así que la mejor manera de escribirlo es:

$$\left. \frac{\partial q}{\partial x} \right|_{i+1/2} \simeq \frac{q_{i+1} - q_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (14)$$

Esta es una expresión aproximada de la derivada definida entre los puntos de la malla x_{i+1} y x_i . Por esa razón, se denota como la derivada en $i + 1/2$. Para el caso de la derivada en i , la expresión aproximada se puede escribir así:

$$\left. \frac{\partial q}{\partial x} \right|_i \simeq \frac{q_{i+1} - q_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad (15)$$

4.1.1. Ecuación de advección

La ecuación de advección permite modelar la cantidad de concentración sobre una malla debido a la presencia de campos de velocidad. Esta parte de la ecuación es importante en el modelo 1 ya que es la que tiene en cuenta los campos de velocidad de las corrientes y los vientos. De forma general viene definida por

$$\frac{\partial q}{\partial t} + v \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (16)$$

donde v es la velocidad de advección dependiente de x . Por simplicidad se supondrá $v > 0$ constante, lo que permite escribir la ecuación como

$$\frac{\partial q}{\partial t} + v \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

donde, como siempre, q es la concentración. El dominio de interés es $[x_0, x_N]$. Se asume que el estado inicial q_i^0 es conocido y que se desea resolver para $t > 0$. También es conocida la condición de contorno en $x = x_0$.

Esquema de diferencias centradas La ecuación de advección se puede discretizar mediante un esquema de diferencias centradas quedando de la forma

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{t_{n+1} - t_n} + v \frac{q_{i+1}^n - q_{i-1}^n}{x_{i+1} - x_{i-1}} = 0 \quad (18)$$

donde se ha utilizado una derivada en $n + 1/2$ para el dominio temporal y la i en el dominio espacial. Si se toma una malla igualmente espaciada $x_{i+1} - x_{i-1} = 2\Delta x$ y se puede reescribir la ecuación como:

$$q_i^{n+1} = q_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} * v(q_{i+1}^n - q_{i-1}^n) \quad (19)$$

el cual es un algoritmo inestable, ya que produce oscilaciones [9].

Una de las razones por las que el esquema falla es debido a que la actualización de q_i^{n+1} se deriva de los valores q_{i+1}^n y q_{i-1}^n , conocidas como las direcciones *downwind* y *upwind*, respectivamente. Intuitivamente, si la dirección del flujo va hacia la derecha ($v > 0$), el valor de q_{i+1}^n nunca debería influir para calcular q_i^n . Sin embargo, en el esquema de diferencias centradas, este término aparece. El flujo va de *derecha* a *izquierda* y de *izquierda* a *derecha* (tratando un problema en 1D) en un mismo paso de tiempo. Evidentemente, esto es físicamente imposible y es por ello, uno de los motivos por los que falla el algoritmo.

Esquema upwind Un método mejor para evitar el problema de los flujos es el esquema upwind, que viene definido por

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{t_{n+1} - t_n} + v \frac{q_i^n - q_{i-1}^n}{x_i - x_{i-1}} = 0 \quad (20)$$

el cual, escrito de esta manera, es válido solo para $v > 0$. La actualización del valor q_i^{n+1} viene dado por

$$q_i^{n+1} = q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} * v (q_i^n - q_{i-1}^n) \quad (21)$$

que es estable, aunque todavía existe cierta difusión artificial en el algoritmo [9].

Esquemas lineales a trozos Hasta ahora se han planteado esquemas donde la concentración en cada volumen era constante. Estos esquemas son, en general, muy difusivos e inestables. Como alternativa existen los esquemas *a trozos*, los cuales asumen que la concentración en cada volumen es una función lineal de la posición.

Dentro de cada volumen (intervalos en este caso) el estado al principio del paso de tiempo es dado ahora por

$$q(x, t = t_n) = q_i^n + \sigma_i^n (x - x_i) \quad x_{i-1/2} < x < x_{i+1/2} \quad (22)$$

donde σ_i^n es la función pendiente, y

$$x_i = \frac{1}{2}(x_{i-1/2} + x_{i+1/2}) \quad (23)$$

de manera que la concentración q_i^n es igual a la media de $q(x, t_n)$ independientemente de la función σ_i^n escogida.

Dentro de los esquemas lineales, se pueden formular σ_i^n de tal manera que cumplan con las condiciones de monotonía necesarias para que el algoritmo sea estable.

Limitadores de flujo En el borde $x_{i-1/2}$, su flujo $f_{i-1/2}(t)$ con t en el intervalo $[t_n, t_{n+1}]$ viene definido por

$$\begin{aligned} f_{i-1/2}(t) &= vq(x_{i-1/2}, t) = vq(x_{i-1/2} - v(t - t_n), t_n) \\ &= vq_{i-1}^n + v\sigma_{i-1}^n \left(\frac{1}{2}\Delta x - v(t - t_n) \right). \end{aligned}$$

De manera similar, el flujo para el borde $x_{i+1/2}$, viene definido por

$$\begin{aligned} f_{i+1/2}(t) &= vq(x_{i+1/2}, t) = vq(x_{i+1/2} - v(t - t_n), t_n) \\ &= vq_i^n + v\sigma_i^n \left(\frac{1}{2}\Delta x - v(t - t_n) \right). \end{aligned}$$

Por lo tanto, en el intervalo de tiempo $[t_n, t_{n+1}]$ la variación de concentración viene dado por

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\Delta t} = \frac{f_{i-1/2}^{n+1/2} - f_{i+1/2}^{n+1/2}}{\Delta x},$$

donde $f_{i\pm 1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} f_{i\pm 1/2}(t) dt$ denota el flujo promedio durante el intervalo $[t_n, t_{n+1}]$, el cual es similar a $\frac{t_{n+1} + t_n}{2}$.

Así, se tiene el flujo de un volumen como

$$f_{i-1/2}^{n+1/2} - f_{i+1/2}^{n+1/2} = v(q_{i-1}^n - q_i^n) + \frac{1}{2}v(\sigma_{i-1}^n - \sigma_i^n)(\Delta x - v\Delta t),$$

que permite obtener el esquema de discretización para q_i^{n+1} :

$$q_i^{n+1} = q_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(v(q_{i-1}^n - q_i^n) + \frac{1}{2}v(\sigma_{i-1}^n - \sigma_i^n)(\Delta x - v\Delta t) \right) \quad (24)$$

donde para todos los cálculos se ha tenido en cuenta que $v > 0$.

4.2. Aproximación de la solución del modelo para el Oleg Naydenov

El método de volúmenes finitos se adapta correctamente a la discretización del espacio-tiempo del modelo presentado en este trabajo [17]. Se divide el dominio espacial en $I \cdot J$

volúmenes de control $\Omega_{i,j}$. Para $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, J$, se define $\Omega_{i,j}$ por

$$\Omega_{i,j} = (x_{1,\text{mín}} + (i-1)\Delta x_1, x_{1,\text{mín}} + i\Delta x_1) \times (x_{2,\text{mín}} + (j-1)\Delta x_2, x_{2,\text{mín}} + j\Delta x_2), \quad (25)$$

$$\text{con } \Delta x_1 = \frac{x_{1,\text{máx}} - x_{1,\text{mín}}}{I}, \Delta x_2 = \frac{x_{2,\text{máx}} - x_{2,\text{mín}}}{J}.$$

Por simplicidad, se presenta únicamente un esquema explícito, de tipo Euler, para el problema de discretización temporal.

Se denota t^n el paso de tiempo en el paso n del esquema. Se define por

$$t^n = t_{CFL}^n = \frac{\mathcal{C}\Delta x_1\Delta x_2}{\Delta x_1(\bar{V}_1^n + d_1) + \Delta x_2(\bar{V}_2^n + d_2)}$$

donde Δt_{CFL}^n denota la condición de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)[3], la cual marca el límite superior de Δt^n para asegurar que el esquema es estable en el paso n . $\mathcal{C} \in [0, 1]$ es la constante CFL ($\mathcal{C} = 1$, típicamente en métodos explícitos, para asegurar que el flujo de petróleo no atraviesa más de un elemento del dominio durante, al menos, el paso de tiempo).

En esquemas implícitos, no existe una limitación de tiempo en cuanto a estabilidad del método, pero pasos de tiempo pequeños proporcionan una mayor precisión.

En cada celda $\Omega_{i,j}$, para $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, J$ en el paso de tiempo n se computa $C_{i,j}^{n+1} = C^{n+1}(\xi_{i,j})$ siendo $\xi_{i,j}$ el centro de $\Omega_{i,j}$. El esquema de discretización para el término de difusión del modelo 1 se define por

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(i, j, n) = & 2\Delta t^n \left(\frac{C_{i,j}^n}{c_{\text{ref}}} \right)^\kappa \left(\frac{d_1}{(\Delta x_1)^2} + \frac{d_2}{(\Delta x_2)^2} \right) C_{i,j}^n \\ & - \frac{d_1 \Delta t^n}{(\Delta x_1)^2} \left(\left(\frac{C_{i+1,j}^n}{c_{\text{ref}}} \right)^\kappa C_{i+1,j}^n + \left(\frac{C_{i-1,j}^n}{c_{\text{ref}}} \right)^\kappa C_{i-1,j}^n \right) \\ & - \frac{d_2 \Delta t^n}{(\Delta x_2)^2} \left(\left(\frac{C_{i,j+1}^n}{c_{\text{ref}}} \right)^\kappa C_{i,j+1}^n + \left(\frac{C_{i,j-1}^n}{c_{\text{ref}}} \right)^\kappa C_{i,j-1}^n \right) \end{aligned} \quad (26)$$

Para la parte advectiva, se considera el esquema de discretización siguiente. Además, se introducirá posteriormente el limitador de flujo $\phi(r)$ utilizado.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_V^+(1, i, j, n) = & [\sigma_{1,i,j,n}^+ + \phi(q_{1,i,j,n})\vartheta(\sigma_{1,i,j,n}^+)] C_{i,j}^n \\ & - [\sigma_{1,i-1,j,n}^+ + (\phi(q_{1,i,j,n})\vartheta(\sigma_{1,i,j,n}^+)) \\ & + \phi(q_{1,i-1,j,n})\vartheta(\sigma_{1,i-1,j,n}^+)] C_{i-1,j}^n \\ & + [\phi(q_{1,i-1,j,n})\vartheta(\sigma_{1,i-1,j,n}^+)] C_{i-2,j}^n, \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\mathbf{V}}^-(1, i, j, n) = & [\sigma_{1,i,j,n}^- + \phi(r_{1,i,j,n})\vartheta(\sigma_{1,i,j,n}^-)]C_{i,j}^n \\ & - [\sigma_{1,i+1,j,n}^- + (\phi(r_{1,i,j,n})\vartheta(\sigma_{1,i,j,n}^-) \\ & + \phi(r_{1,i+1,j,n})\vartheta(\sigma_{1,i+1,j,n}^-))]C_{i+1,j}^n \\ & + [\phi(r_{1,i+1,j,n})\vartheta(\sigma_{1,i+1,j,n}^-)]C_{i+2,j}^n, \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\mathbf{V}}^+(2, i, j, n) = & [\sigma_{2,i,j,n}^+ + \phi(q_{2,i,j,n})\vartheta(\sigma_{2,i,j,n}^+)]C_{i,j}^n \\ & - [\sigma_{2,i,j-1,n}^+ + (\phi(q_{2,i,j,n})\vartheta(\sigma_{2,i,j,n}^+) \\ & + \phi(q_{2,i,j-1,n})\vartheta(\sigma_{2,i,j-1,n}^+))]C_{i,j-1}^n \\ & + [\phi(q_{2,i,j-1,n})\vartheta(\sigma_{2,i,j-1,n}^+)]C_{i,j-2}^n, \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\mathbf{V}}^-(2, i, j, n) = & [\sigma_{2,i,j,n}^- + \phi(r_{2,i,j,n})\vartheta(\sigma_{2,i,j,n}^-)]C_{i,j}^n \\ & - [\sigma_{2,i,j+1,n}^- + (\phi(r_{2,i,j,n})\vartheta(\sigma_{2,i,j,n}^-) \\ & + \phi(r_{2,i,j+1,n})\vartheta(\sigma_{2,i,j+1,n}^-))]C_{i,j+1}^n \\ & + [\phi(r_{2,i,j+1,n})\vartheta(\sigma_{2,i,j+1,n}^-)]C_{i,j+2}^n, \end{aligned}$$

donde

- $\vartheta(a) = \frac{a}{2}(1 - a)$;
- $\sigma_{1,i,j,n}^+ = (\text{máx}(0, V_{1,i,j-\frac{1}{2}}^n)\Delta t^n)/\Delta x_1$;
- $\sigma_{1,i,j,n}^- = (|\text{mín}(0, V_{1,i,j-\frac{1}{2}}^n)|\Delta t^n)/\Delta x_1$;
- $\sigma_{2,i,j,n}^+ = (\text{máx}(0, V_{2,i-\frac{1}{2},j}^n)\Delta t^n)/\Delta x_2$;
- $\sigma_{2,i,j,n}^- = (|\text{mín}(0, V_{2,i-\frac{1}{2},j}^n)|\Delta t^n)/\Delta x_2$;
- $q_{1,i,j,n} = \frac{C_{i+1,j}^n - C_{i,j}^n}{C_{i,j}^n - C_{i-1,j}^n}$;
- $q_{2,i,j,n} = \frac{C_{i,j+1}^n - C_{i,j}^n}{C_{i,j}^n - C_{i,j-1}^n}$;
- $r_{k,i,j,n} = \frac{1}{q_{k,i,j,n}}$, with $k=1,2$;
- $V_{1,i,j-\frac{1}{2}}^n = V_1((x_{1,\text{mín}} + i\Delta x_1, x_{2,\text{mín}} + (j - \frac{1}{2})\Delta x_2), \sum_{i=1}^n \Delta t^i)$;

- $V_{2,i-\frac{1}{2},j}^n = V_2((x_{1,\text{mín}} + (i - \frac{1}{2})\Delta x_1, x_{2,\text{mín}} + j\Delta x_2), \sum_{i=1}^n \Delta t^i)$.
- $\mathbf{V}(x, t) = (V_1(x, t), V_2(x, t)) = \mathbf{w}(x, t) + \mathbf{s}(x, t)$, es la velocidad del campo con $x \in \Omega$ y $t \in [0, T]$.

Por lo tanto, la suma de todas las componentes nos da la parte advectiva del modelo.

$$\mathcal{A}_{\mathbf{V}}(i, j, n) = \mathcal{A}_{\mathbf{V}}^+(1, i, j, n) + \mathcal{A}_{\mathbf{V}}^-(1, i, j, n) + \mathcal{A}_{\mathbf{V}}^+(2, i, j, n) + \mathcal{A}_{\mathbf{V}}^-(2, i, j, n)$$

La parte reactiva del modelo queda, en el caso del hundimiento del Oleg Naydenov, definido por

$$\mathcal{R}(i, j, n) = -\Delta t^n \frac{S^n}{\Delta x_1 \Delta x_2} \chi_{i,j}^{s,n} \quad (27)$$

ya que no se incorporan barcos de bombeo. En esta parte, $\Omega_{i_s,n,j_s,n}$ es la celda que contiene $\zeta(n\Delta t)$, $\chi_{i,j}^{s,n} = 0$ si $\{i, j\} \neq \{i_s,n, j_s,n\}$, $\chi_{i,j}^{s,n} = 1$ si $\{i, j\} = \{i_s,n, j_s,n\}$.

El esquema discretizado del modelo 1 queda definido por

$$C_{i,j}^n = C_{i,j}^{n-1} - \mathcal{D}(i, j, n-1) - \mathcal{A}_{\mathbf{V}}(i, j, n-1) - \mathcal{R}(i, j, n-1). \quad (28)$$

Este esquema se completa con la siguiente versión discretizada de las condiciones de contorno del sistema. Para $i = 1, \dots, I$ y $j = 1, \dots, J$, se define

$$\begin{aligned} C_{I+1,j}^n &= \frac{\Delta t^n}{L} \left[\left(\frac{L}{\Delta t^n} + \text{mín}(0, V_{1,I,j-\frac{1}{2}}^{n-1}) \right) C_{I+1,j}^{n-1} \right. \\ &\quad \left. + \text{máx}(0, V_{1,I,j-\frac{1}{2}}^{n-1}) C_{I,j}^{n-1} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{C_{I+1,j}^{n-1} + C_{I,j}^{n-1}}{2c_{\text{ref}}} \right)^\kappa \frac{d_1}{\Delta x_1} (C_{I+1,j}^{n-1} - C_{I,j}^{n-1}) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{0,j}^n &= \frac{\Delta t^n}{L} \left[\left(\frac{L}{\Delta t^n} + \text{máx}(0, V_{1,0,j-\frac{1}{2}}^{n-1}) \right) C_{0,j}^{n-1} \right. \\ &\quad \left. + \text{mín}(0, V_{1,0,j-\frac{1}{2}}^{n-1}) C_{1,j}^{n-1} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{C_{0,j}^{n-1} + C_{1,j}^{n-1}}{2c_{\text{ref}}} \right)^\kappa \frac{d_1}{\Delta x_1} (C_{1,j}^{n-1} - C_{0,j}^{n-1}) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{i,J+1}^n &= \frac{\Delta t^n}{L} \left[\left(\frac{L}{\Delta t^n} + \text{mín}(0, V_{2,i-\frac{1}{2},J}^{n-1}) \right) C_{i,J+1}^{n-1} \right. \\ &\quad \left. + \text{máx}(0, V_{2,i-\frac{1}{2},J}^{n-1}) C_{i,J}^{n-1} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{C_{i,J+1}^{n-1} + C_{i,J}^{n-1}}{2c_{\text{ref}}} \right)^\kappa \frac{d_2}{\Delta x_2} (C_{i,J+1}^{n-1} - C_{i,J}^{n-1}) \right], \end{aligned}$$

$$C_{i,0}^n = \frac{\Delta t^n}{L} \left[\left(\frac{L}{\Delta t^n} + \max(0, V_{2,i-\frac{1}{2},0}^{n-1}) \right) C_{i,0}^{n-1} + \min(0, V_{2,i-\frac{1}{2},0}^{n-1}) C_{i,1}^{n-1} - \left(\frac{C_{i,0}^{n-1} + C_{i,0}^{n-1}}{2c_{\text{ref}}} \right)^\kappa \frac{d_2}{\Delta x_2} (C_{i,1}^{n-1} - C_{i,0}^{n-1}) \right].$$

El limitador de flujo

$$\phi(r) = \max(0, \min(1, 2r), \min(2, r))$$

obtiene el denominado esquema superbee, el cual es no lineal y cumple una propiedad necesaria para la estabilidad de la solución numérica:

- La Total Variation Diminution (TVD), que es

$$TV(\{c_i^n\}_{i=1}^I) \geq TV(\{c_i^{n+1}\}_{i=1}^I)$$

donde

$$TV(\{c_i^n\}_{i=1}^I) = \sum_{i=1}^I |c_i^n - c_{i-1}^n|$$

y además, minimiza la difusión artificial producida por los cambios bruscos de concentración en la malla [9].

5. Experimentos numéricos

En esta Sección se plantearán varios experimentos numéricos simulando distintos escenarios para el desastre del pesquero ruso Oleg Naydenov. Para ello, se consideran los siguientes parámetros del modelo comunes a todas las simulaciones:

- El coeficiente de difusión $d = 0,5$ m/s [1].
- $\kappa = 1$. Este parámetro depende del tipo de petróleo transportado en el barco.
- El factor de arrastre para \mathbf{w} se ha fijado en 0.022 y para \mathbf{s} en 1 [1].
- El máximo paso de tiempo es de una hora y media, el cual satisface la condición 1-CFL.
- La parte reactiva del modelo 1 depende del calendario. Debido a la no existencia de barcos extractores de fuel, $Q = 0$ en todo momento, y $S(t) = 7,5$ l/s debido al flujo de contaminante producido por las fugas, según las referencias [6, 21]. A partir del día 33 del hundimiento, $S(t) = 0$, ya que según la referencia [24], el 17 de mayo se completó el sellado del primer punto de fuga del Oleg Naydenov mediante un cofre de acero.

- $T = 45$ días. Se considera que el período desde el hundimiento hasta 45 días después es el de mayor riesgo de contaminación para la costa.
- Los datos de viento y mareas han sido obtenidos a través del centro de investigación Mercator Ocean (<http://www.merator-ocean.fr>). Los datos proporcionados son discretos y se completan mediante interpolación spline 3D para poder obtener datos en los puntos en los que no existen datos.

5.1. Validación del modelo

El primer propósito del presenta trabajo consiste en validar la solución numérica una vez ha ocurrido el desastre. Para ello, se simula la evolución de la concentración del petróleo a partir de la fecha del hundimiento del Oleg Naydenov, el 14 de abril de 2015 con los siguientes parámetros:

- $\Omega_1 \subset [-17, -14] \times [27, 29]$ en el sistema de coordenadas de longitud-latitud para la Figura 4, el cual permite analizar de forma más precisa la parte principal del vertido de petróleo y $\Omega_2 \subset [-17, -13] \times [26, 29,5]$ para la Figura 6.
- Se considera una malla cuadrada de 100×100 para la Figura 4 y una malla de 75×75 para la Figura 6.
- La posición del barco es $[-15.5 \ 27.5]$.

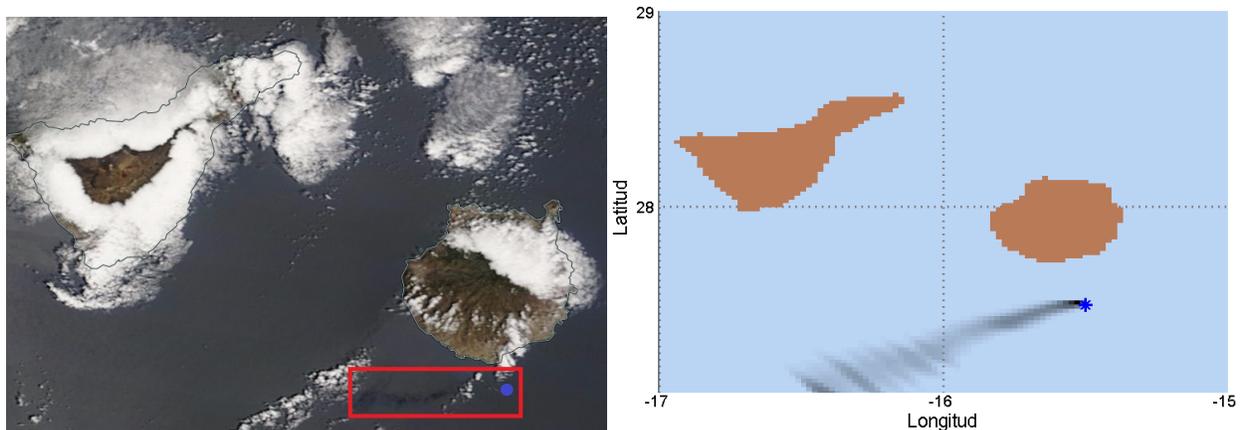


Figura 4: **(Izquierda)** Foto de la NASA del 18 de abril de 2015, donde se observa dentro del cuadrado rojo el vertido de petróleo. La posición del barco está representado por un círculo azul. **(Derecha)** Simulación del modelo para el mismo día. Se dibuja una estrella azul para representar la posición del barco.

Utilizando las imágenes públicas que la NASA ofrece en su portal NASA Worldview, en la Figura 4 se muestra cómo evolucionaba el vertido de petróleo 4 días después del hundimiento. Tiene una clara trayectoria suroeste que es visible desde las imágenes del satélite. Por otro lado, el vertido del petróleo simulado por el modelo presenta resultados similares.

También, la Agencia Espacial Europea (ESA) mediante su satélite de imágenes rádar Sentinel-1A fotografió el derrame el 22 de abril de 2015. Gracias a un posterior procesamiento de la imagen realizado por el Instituto de Oceanografía y Cambio Global de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria [16] es posible observar la deriva de la mancha de petróleo del pesquero de bandera rusa Oleg Naydenov (Figura 5). Estas imágenes, al contrario que las realizadas por la NASA, son imágenes rádar de alta resolución, y por su complejidad deben ser procesadas adecuadamente para obtener el contraste que permita diferenciar el vertido [25]. La Figura 5 muestra cómo el barco seguía expulsando petróleo desde sus depósitos en esta fecha. Además, la dirección de la mancha sigue teniendo una componente suroeste como, también, muestra el resultado del modelo para ese día.

El 23 de abril de 2015, se detectaron pequeñas cantidades de combustible en las playas del sur y suroeste de Gran Canaria [7]. En la Figura 6 se observa cómo el vertido está muy cerca de la costa en la que se observaron manchas de fuel.

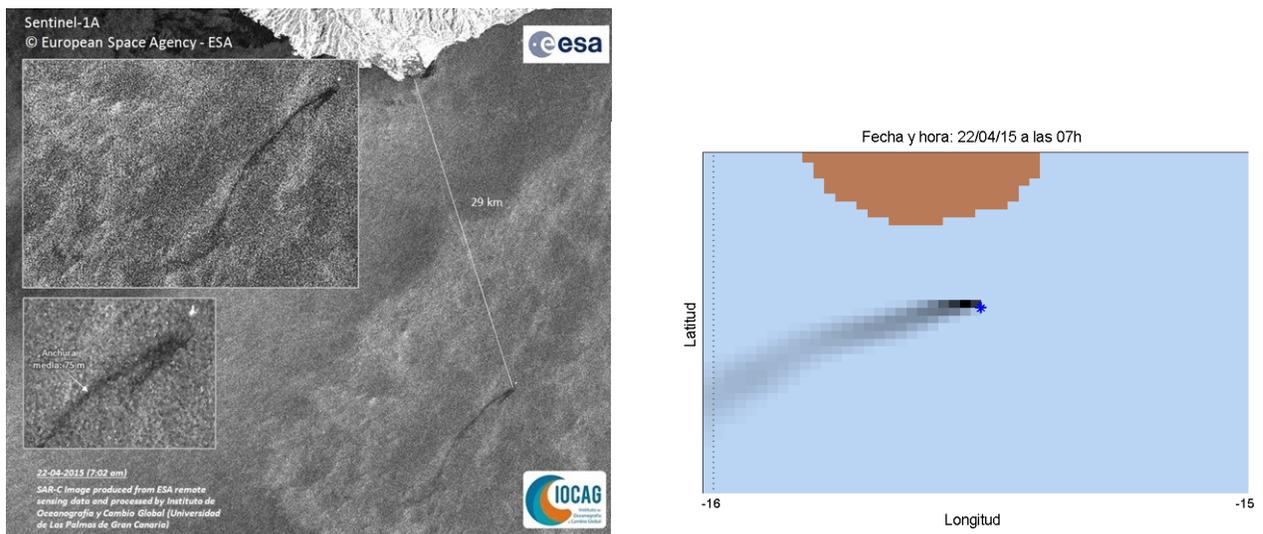


Figura 5: **(Izquierda)** Imagen procesada por el Instituto de Oceanografía y Cambio Global de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria para poder identificar el vertido de petróleo sobre la superficie del mar. Se representa con un círculo azul la posición del barco. **(Derecha)** Simulación del modelo para el mismo día. Se dibuja una estrella azul para representar la posición del barco.

Las imágenes por satélite son fundamentales para conocer el movimiento del petróleo en un desastre marítimo. Estas imágenes no son, por lo general, accesibles de forma sencilla, ya sea porque no son públicas o porque por circunstancias meteorológicas no son claras, por ejemplo, por la presencia de nubes. Además, muchas de las imágenes no tienen la precisión suficiente para poder identificar la mancha y, en otras ocasiones, las imágenes necesitan de un procesamiento posterior como el mostrado en la Figura 5.

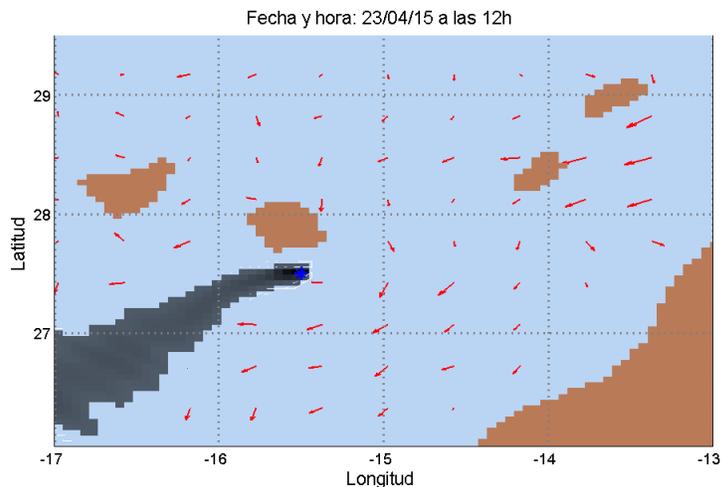


Figura 6: Simulación del modelo el día que se detectaron manchas de petróleo en la costa sur/suroeste de Gran Canaria. La posición del barco se representa con una estrella azul y la costa, de color marrón. Las flechas indican la intensidad (longitud de la flecha) y dirección del viento.

5.2. Posición de hundimiento del barco

Una vez se ha validado el modelo *a posteriori*, el siguiente objetivo del presente trabajo es determinar si la posición en la que se hundió el pesquero permitió que la costa no fuera alcanzada por una mayor cantidad de fuel. Hay que recordar que el barco fue remolcado desde el Muelle de La Luz hacia la zona este de la isla de Gran Canaria y posteriormente hacia la zona sur. Aunque el hundimiento se produjo a unos 30 kilómetros del sur de la isla, podría haber naufragado en cualquier punto del recorrido. La decisión de remolcar el barco se tiene que tomar en poco tiempo hasta que el barco se hunda totalmente, por lo que es importante tener en cuenta varios factores como las mareas o los temporales. En el caso del Prestige, se tomó la controvertida decisión de alejar el barco de la costa, lo que provocó que las costas fueran inundadas de crudo, según los expertos [8, 22]. Para ello, se han simulado varias posibles situaciones donde el barco podría haberse hundido según la trayectoria que siguió cuando fue remolcado hacia el sur de Maspalomas (Figura 3).

Los parámetros utilizados para la simulación son los siguientes:

- Las dos posiciones del barco simuladas son $\zeta_1 = [27, 78 - 14,9]$ y $\zeta_2 = [27, 68 - 14,57]$.
- $\Omega \subset [-17, -14] \times [27, 29]$ en el sistema de coordenadas de longitud-latitud.
- Se considera una malla cuadrada de 150×150 .

En la Figura 8 se muestran los resultados de la simulación del modelo. Para la posición 1 ($[27.78 - 14.9]$) se observa que el fuel prácticamente colapsaría toda la costa este de la isla en una semana desde el hundimiento. También, las partes sur y norte de la isla se verían gravemente afectadas. Además, para ver si el cambio de posición hubiera afectado a otras islas, se muestra el resultado de la simulación un mes y medio después del supuesto



Figura 7: Posiciones simuladas del hundimiento del Oleg Naydenov

hundimiento. Parece que, en este intervalo de tiempo, la mancha de petróleo todavía no llega a alcanzar el resto de islas occidentales, aunque en la zona norte existe un rastro de fuel que posiblemente podría contaminar las costas de Tenerife.

En la posición 2 ([27.68 -14.57]) se muestra cómo el petróleo parece no llegar a alcanzar las costas de Gran Canaria, aunque el hecho de que prácticamente toda la mancha cruce desde la zona sureste a la suroeste podría provocar que llegaran pequeños restos a las playas del sur de la isla.

Como aclaración adicional, la parte sur de la isla de Fuerteventura (al este de Gran Canaria) no es dibujada correctamente debido a la estrechez de la península de Jandía, ya que el mapa utilizado para estas simulaciones tiene una baja resolución. La utilización de un mapa de menor resolución permite que el tiempo de cómputo sea menor. Concretamente, el tiempo necesario para ejecutar este estudio fue de 47 horas. En esta zona, la corriente del mar y el viento tienen una dirección norte/noreste, por lo que el uso de este mapa de menor resolución no afecta a la interpretación de los resultados.

5.3. Ampliación del dominio hasta las costas africanas

En este tipo de catástrofes, siempre es importante contemplar la posibilidad de que el vertido alcance la costa en otros puntos más alejados para prevenir futuros problemas. Hasta ahora, en este trabajo, siempre se ha analizado cuál era el riesgo de que el fuel llegara a las Islas Canarias, concretamente a Gran Canaria y Tenerife. Para el próximo experimento se ha extendido el dominio abarcando las costas africanas. Los parámetros utilizados para la simulación de este experimento son:

- La posición del barco es $[-15.5 \ 27.5]$.
- $\Omega \subset [-18, -15] \times [16, 5, 30]$ en el sistema de coordenadas de longitud-latitud.
- Se considera una malla rectangular de 150×250 .

En la Figura 9 se muestra la simulación para el dominio extendido. La malla en este caso abarca hasta Mauritania. Los vientos y mareas predominantes con dirección noreste ayudan a que el petróleo no alcance de manera contundente la costa africana. El vertido

se dirige principalmente hacia el interior del Océano Atlántico. En el resultado de la simulación cuarenta cinco días después del naufragio se observa que la mancha no mantiene su longitud desde la posición de hundimiento a consecuencia del sellado del barco. Para esta simulación, el tiempo de cómputo necesario ha sido de 17 horas.

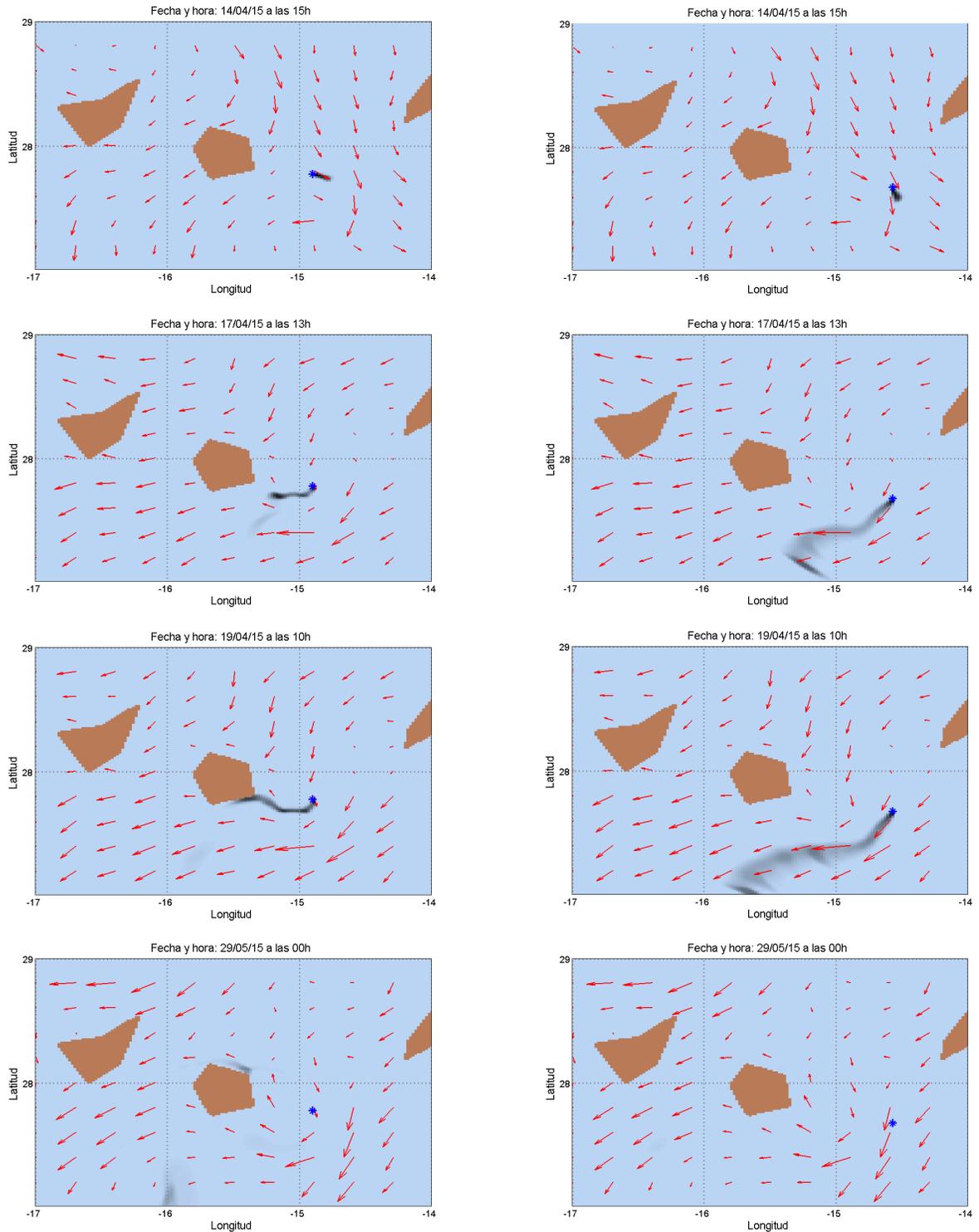


Figura 8: Concentración de petróleo simulada por el modelo considerando dos posiciones de hundimiento del barco. La costa es representada de color marrón y las flechas indican la intensidad (longitud de la flecha) y dirección del viento. Posición del barco: **(Izquierda)** [27.78 -14.9] **(Derecha)** [27.68 -14.57]

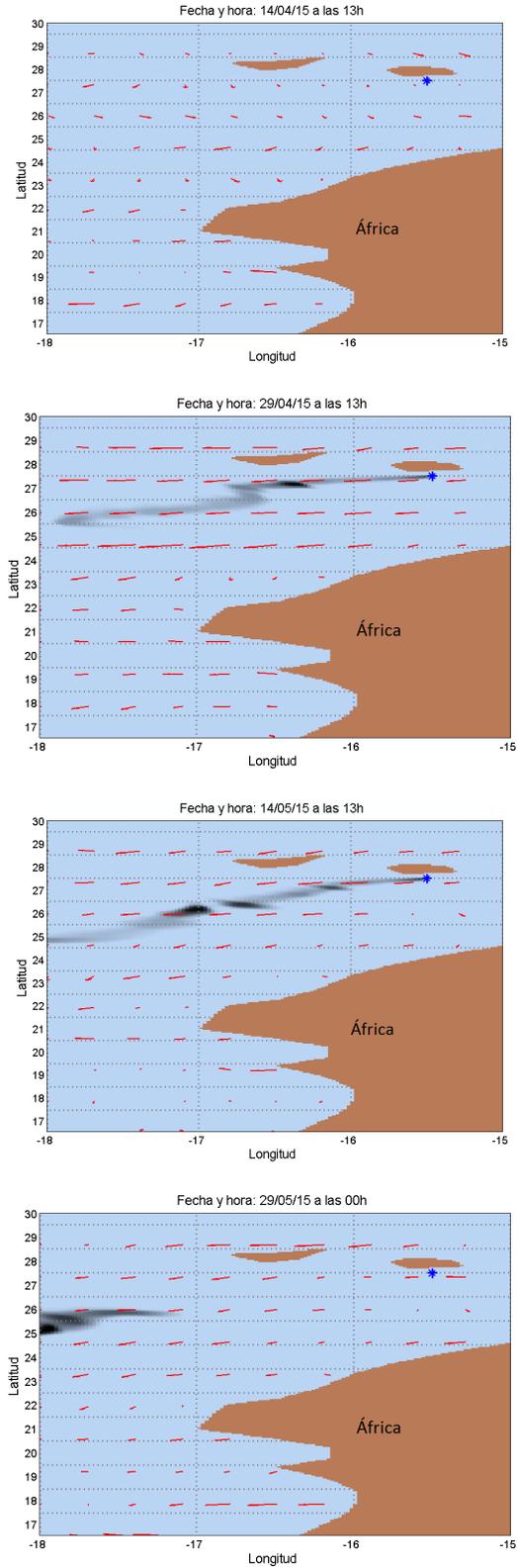


Figura 9: Concentración de petróleo simulada por el modelo extendiendo el dominio hasta la costa africana. La posición del barco se representa con una estrella azul. Las flechas indican la intensidad (longitud de la flecha) y dirección del viento.

6. Conclusiones

En este Trabajo Fin de Máster se ha planteado el estudio y validación de un modelo para simular la evolución del petróleo en mar abierto debido a una fuente de contaminación. Para ello, se ha planteado el estudio en el caso particular del barco Oleg Naydenov, que se hundió cerca de la costa de Gran Canaria en abril de 2015. Se ha observado que el modelo reproduce con bastante precisión el movimiento del vertido para las condiciones estables que se dieron durante ese período, tanto de las mareas como los vientos.

Los resultados sobre la posición del barco muestran que el arrastre de un barco con fugas a otras zonas debe realizarse con precacución. Es importante resaltar que pudo haber una catástrofe mayor si el barco se hubiese hundido antes. Una de las conclusiones que se pueden extraer de este trabajo es la necesidad de estudiar la trayectoria de un barco con fugas para evitar cruzar zonas con posiciones peligrosas. Este estudio se haría optimizando la trayectoria y podría ser una posible línea de trabajo en el futuro.

En cuanto al riesgo de contaminación de las costas africanas debido al vertido del Oleg Naydenov, parece que, debido a los vientos y mareas con dirección predominante noreste, el petróleo se adentra en el Océano Atlántico sin afectar a las costas de África. Estas conclusiones se extraen a partir de simulaciones de 45 días y para las condiciones meteorológicas existentes esos días. Para un período de tiempo superior no se ha comprobado el riesgo existente de que el fuel alcance las costas africanas.

Para la realización de este trabajo se han aplicado conocimientos de varias de las asignaturas impartidas en el Máster de Ingeniería Matemática. Dos de las asignaturas con mayor relevancia son Métodos Numéricos Avanzados y Modelización y Simulación en Sistemas Dinámicos.

Bibliografía

- [1] Alavani, C., Glowinski, R., Gomez, S., Ivorra, B., Joshi, P., and Ramos, A.M.: Modelling and simulation of a polluted water pumping process, *Mathematical and Computer Modelling*, 51, (2010), 461–472.
- [2] Ben Miled, S., Kebir A., and Hbid, M. L.: Mathematical Modeling Describing the Effect of Fishing and Dispersion on Hermaphrodite Population Dynamics. *Math. Model. Nat. Phenom.* Vol. 5, No. 6, 2010, pp. 159-179 DOI: 10.1051/mmnp/20105608
- [3] Courant, R., Friedrichs, K., and Lewy, H.: On the partial difference equations of mathematical physics, *IBM Journal of Research and Development* 11 (2) (1967), 215–234.
- [4] Crespo, M., Ivorra, B. and Ramos A.M.: Existence and Uniqueness of Solution of a Continuous Flow Bioreactor Model with Two Species *Journal: Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas Online*: <http://link.springer.com/article/10.1007>
- [5] Diario abc. El pesquero «Oleg Naydenov» se hunde a 15 millas al sur de Maspalomas con 1.400 toneladas de combustible. Website: <http://www.abc.es/local-canarias/20150415/abci-pesquero-ruso-hundido-201504150957.html>
- [6] Diario abc. El pesquero ruso hundido en Canarias sigue vertiendo fuel al mar cuatro semanas después. Website: <http://www.abc.es/sociedad/20150512/abci-pesquero-ruso-canarias-vertido-201505121325.html>
- [7] Diario elmundo. El fuel que llega a la costa de Gran Canaria es del Oleg Naydenov. Website: <http://www.elmundo.es/espana/2015/05/03/55465306ca474160188b457c.html>
- [8] Diario ElPais. 'Alejar el 'Prestige' desató uno de los peores escenarios posibles". Website: http://ccaa.elpais.com/ccaa/2013/11/14/galicia/1384448668_191463.html
- [9] C.P. Dullemond. Lecture on: Numerical Fluid Dynamics. University of Heidelberg, Summer Semester, 2008. Website: <http://www.mpia.de/~homes/dullemon/lectures/fluidynamics08/>
- [10] Echarri. L. Tema 11. Contaminación del agua. 1998. Ciencias de la Tierra y del Medio Ambiente. Editorial Teide, Madrid.

- [11] Galeano U., C. H.: Técnicas de solución numérica de la ecuación de Difusión-Advección-Reacción para el estudio de dispersión de contaminantes. 2009. Tesis doctoral.
- [12] Glowinski, R., and Neittaanmaki, P.: Partial Differential Equations. Modelling and Numerical Simulation, Series: Computational Methods in Applied Sciences. Springer, Berlin (2008)
- [13] Gomez, S., Ivorra, B., Ramos, A.M., and Glowinski, R.: Modeling the optimal trajectory of a skimmer ship to clean oil spills in the open sea. In: Proceedings of the 2015 SPE Latin American and Caribbean Health, Safety, Environment and Sustainability Conference, OnePetro & Society of Petroleum Engineers, Document ID: SPE-174150-MS (2015)
- [14] Goni, G.J., Trinanés, J.A., MacFadyen, A., Streett, D., Olascoaga, M.J., Imhoff, M.L., Muller-Karger, F., and Roffer, M.A.: Variability of the Deepwater Horizon Surface Oil Spill Extent and its Relationship to Varying Ocean Currents and Extreme Weather Conditions. Mathematical Modelling and Numerical Simulation of Oil Pollution Problems Series "The Reacting Atmosphere", Vol. 2, Springer Verlag, Heidelberg, 2015
- [15] Hesperian Health Guides. Guía comunitaria para la salud ambiental. Website: http://es.hesperian.org/hhg/A_Community_Guide_to_Environmental_Health:El_petr
- [16] Instituto de Oceanografía y Cambio Global de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Website: <http://iocag.ulpgc.es/>
- [17] Ivorra, B., Gomez, S., Glowinski, R., Ramos, A.M.: Nonlinear Advection-Diffusion-Reaction Phenomena Involved in the Evolution and Pumping of Oil in Open Sea: Modeling, Numerical Simulation and Validation Considering the Prestige and Oleg Naydenov Oil Spill Cases. J. Sci. Comput. In press. DOI: 10.1007/s10915-016-0274-x. Springer. (2016)
- [18] Ivorra, B., Ramos, A.M. and Ngom, D.: Be-CoDiS: A mathematical model to predict the risk of human diseases spread between countries. Validation and application to the 2014 Ebola Virus Disease epidemic. Bulletin of Mathematical Biology. 77(9) 1668-1704. 2015. Springer
- [19] N.O.A.A., Oil Spill case histories 1967-1991. Summaries of significant U.S. and international spills, Office of response and restoration of the U.S. National Ocean, Report HMRAD (1992) 92-11.
- [20] N.O.A.A., Spill Containment Methods. Website: <http://response.restoration.noaa.gov/oil-and-chemical-spills/oil-spills/spill-containment-methods.html>
- [21] Portal 20minutos. La extracción del fuel de Oleg Naydenov le costará a las arcas públicas 31 millones de euros. Website: <http://www.20minutos.es/noticia/2481692/0/oleg-naydenov/extraccion-fuel/31-millones/>

- [22] Portal 20minutos. El capitán del 'Prestige' defiende que la carga de fuel se pudo trasvasar a otro buque Website: <http://www.20minutos.es/noticia/1648615/0/capitan-prestige/carga/trasvasar-buque/>
- [23] Portal Ecologiaverde. El vertido de Exxon Valdez sigue contaminando 25 años después. <http://www.ecologiaverde.com/el-vertido-de-exxon-valdez-sigue-contaminando-25-anos-despues/>
- [24] Portal Eldiario. Sellado el primer punto de fuga del 'Oleg Naydenov'. Website: http://www.eldiario.es/canariasahora/sociedad/Sellado-primer-punto-Oleg-Naydenov_0_388811380.html
- [25] Portal europapress. La ULPGC muestra una imagen del vertido del Oleg Naydenov. Website: <http://www.europapress.es/islas-canarias/noticia-ulpgc-muestra-imagen-vertido-oleg-naydenov-20150424135150.html>
- [26] Proyecto OILPOLL: Mathematical Modelling and Numerical Algorithms for Simulation of Oil Pollution. Website: <http://www.num.math.uni-wuppertal.de/en/research/projects/oilpoll.html>
- [27] Wilson, E.K.: Oil Spill's Size Swells, Chemical and Engineering News, American Chemical Society (2010).