Nombre:		Calificación
Apellidos:		
DNI/Alias		
Titulación		

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**

Mini-parcial (50 minutos): 4 de Diciembre de 2017

Instrucciones: Se deberá entregar únicamente este block con cuatro hojas con la solución del ejercicio. Podéis utilizar todas la hojas de sucio que deseéis pero sólo recogeré este block. Deberéis escribir tanto vuestro nombre como el alias con el que queráis que aparezca vuestra calificación. Podéis usar los enunciados de apartados no resueltos para resolver otros siempre que no hagáis bucles. Cada apartado vale 1.25 puntos.

Sean $u := \sqrt[4]{2+\sqrt{3}} \in \mathbb{R}$ e $\mathtt{i} := \sqrt{-1} \in \mathbb{C}$.

(1) Calcular el polinomio mínimo $P_{\mathbb{Q},u}$ de u sobre $\mathbb{Q}$.

(2) Calcular todas las raíces de $P_{\mathbb{Q},u}$ y probar que si v es una raíz de $P_{\mathbb{Q},u}$, entonces v^{-1} es también raíz de $P_{\mathbb{Q},u}$.

(3) Sea $E := \mathbb{Q}(u, \mathtt{i})$. Demostrar que la extensión $E|\mathbb{Q}$ es de Galois.

(4) Sea $k \in \{2, 4, 8\}$. Hallar dos cuerpos L_k y F_k distintos tales que

$$\mathbb{Q} \subset L_k \subset E, \ \ \mathbb{Q} \subset F_k \subset E \quad \& \ \ [L_k : \mathbb{Q}] = [F_k : \mathbb{Q}] = k.$$

(5) Estudiar si las extensiones $L_k|\mathbb{Q}$ y $F_k|\mathbb{Q}$ son o no de Galois para cada k.

(6) Probar que el grupo de Galois $G(\mathbb{Q}(u^2) : \mathbb{Q})$ es isomorfo a $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.

(7) Probar que el grupo de Galois $G(E : \mathbb{Q}(u^2))$ es isomorfo a $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.

(8) Estudiar si el grupo de Galois $G(E : \mathbb{Q})$ es abeliano.

Nombre:		Calificación
Apellidos:		
DNI/Alias		
Titulación		

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**

Mini-parcial (50 minutos): 4 de Diciembre de 2017

Instrucciones: Se deberá entregar únicamente este block con cuatro hojas con la solución del ejercicio. Podéis utilizar todas la hojas de sucio que deseéis pero sólo recogeré este block. Deberéis escribir tanto vuestro nombre como el alias con el que queráis que aparezca vuestra calificación. Podéis usar los enunciados de apartados no resueltos para resolver otros siempre que no hagáis bucles. Cada apartado vale 1.25 puntos.

Sean $f(\mathtt{t}) := (\mathtt{t}^4 - 3)(\mathtt{t}^3 - 5)$ y $K \subset \mathbb{C}$ un cuerpo de descomposición de f sobre $\mathbb{Q}$.

(1) Hallar un conjunto finito de generadores de la extensión $K|\mathbb{Q}$ y calcular su grado.

(2) Sea $\mathtt{i} := \sqrt{-1}$. Hallar el polinomio mínimo de $\sqrt[3]{5}$ sobre $E := \mathbb{Q}(\mathtt{i})$ y sobre $F := \mathbb{Q}(\mathtt{i}, \sqrt[4]{3})$.

(3) ¿Cuántos subgrupos de orden 8 tiene el grupo de Galois $G(K : \mathbb{Q})$? ¿Cuántos subgrupos de orden 3 tiene el grupo de Galois $G(K : \mathbb{Q})$?

(4) Encontrar conjuntos finitos de generadores de todas las subextensiones de grado 3 de $K|\mathbb{Q}$. ¿Son de Galois?

(5) Encontrar conjuntos finitos de generadores de todas las subextensiones de grado 8 de $K|\mathbb{Q}$. ¿Son de Galois?

(6) ¿Es abeliano el grupo de Galois $G(K : \mathbb{Q})$?

(7) ¿Es abeliano el grupo de Galois $G(K : \mathbb{Q}(\sqrt[4]{3}))$? Identificar dicho grupo.

(8) ¿Es abeliano el grupo de Galois $G(\mathbb{Q}(\sqrt[4]{3}, \mathtt{i}) : \mathbb{Q})$? Identificar dicho grupo.