Nombre:		Calificación
Apellidos:		
DNI/Alias		
Titulación		

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

Examen Febrero (180 minutos): 8 de Febrero de 2016

Instrucciones: Se deberá entregar únicamente este block con cuatro hojas con la solución del ejercicio. Podéis utilizar todas la hojas de sucio que deseéis pero sólo recogeré este block. Deberéis escribir tanto vuestro nombre como el alias con el que queráis que aparezca vuestra calificación. Podéis usar los enunciados de apartados no resueltos para resolver otros siempre que no hagáis bucles.

1. Sean $f := \mathtt{t}^7 - 7$ y L un cuerpo de descomposición de f sobre $\mathbb{Q}$.

(1) Calcular el grado de la extensión $L|\mathbb{Q}$ y encontrar generadores suyos.

(2) Describir los $\mathbb{Q}$-automorfismos de L en términos de los generadores de $L|\mathbb{Q}$ obtenidos en el apartado anterior.

(3) ¿Es abeliano el grupo de Galois $G := G(L : \mathbb{Q})$? ¿Es resoluble?

(4) Demostrar que G posee un elemento de orden 1, siete elementos de orden 2, catorce de orden 3, otros catorce de orden 6 y seis de orden 7.

(5) Demostrar que todos los subgrupos de G cuyo orden divide a 6 son cíclicos.

(6) Encontrar un sistema generador de G formado por dos elementos. Exhibir una torre normal con factores cíclicos para el grupo G y una torre de resolución para la extensión $L|\mathbb{Q}$.

(7) Demostrar que G tiene un subgrupo de orden 1, siete subgrupos de orden 2, siete subgrupos de orden 3, siete subgrupos de orden 6, un subgrupo de orden 14, un subgrupo de orden 21 y un subgrupo de orden 42.

(8) ¿Cuántos subgrupos normales tiene G? ¿De qué órdenes?

(9) Para cada divisor positivo d del grado $[L : \mathbb{Q}]$ calcular cuántas subextensiones tiene $L|\mathbb{Q}$ de grado d. ¿Cuántas de estas subextensiones son de Galois?

(10) Encontrar generadores de cada subextensión de $L|\mathbb{Q}$.