Nombre:		Calificación
Apellidos:		
DNI/Alias		
Titulación		

1	2	3	4	5	6	7	8

Mini-parcial (120 minutos): 19 de Noviembre de 2018

Instrucciones: Se deberá entregar únicamente este block con cuatro hojas con la solución del ejercicio. Podéis utilizar todas la hojas de sucio que deseéis pero sólo recogeré este block. Deberéis escribir tanto vuestro nombre como el alias con el que queráis que aparezca vuestra calificación. Podéis usar los enunciados de apartados no resueltos para resolver otros siempre que no hagáis bucles. El ejercicio 2 vale 4 puntos, los otros dos 3 puntos cada uno.

1. Sean $\pi_1, \pi_2 \subset \mathbb{P}^5$ dos planos proyectivos que no se cortan y sea $P \in \mathbb{P}^5 \setminus (\pi_1 \cup \pi_2)$.

(i) Probar que $\pi_1 + \pi_2 = \mathbb{P}^5$.

(ii) Demostrar que existe una única recta L que pasa por P y corta a π_1 y π_2.

(iii) Explicar un procedimiento para calcular los puntos $\{P_i\} = \pi_i \cap L$ sin necesidad de calcular la recta L explícitamente.

2. Sean $\triangle ABC$ un triángulo y los puntos D, E y F situados, respectivamente, en los lados BC, CA y AB, de modo que

$$\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD}, \quad \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{EC} \quad \text{y} \quad \overrightarrow{FB} = 2\overrightarrow{AF}.$$

Sean ℓ_1, ℓ_2 y ℓ_3, respectivamente, las rectas que unen A con D, B con E y C con F. Sean

$$M := \ell_1 \cap \ell_3, \quad N := \ell_1 \cap \ell_2 \quad \text{y} \quad P := \ell_2 \cap \ell_3.$$

Determinar la relación λ entre el área de $\triangle MNP$ y el área de $\triangle ABC$. En caso de utilizar coordenadas con respecto a un sistema de referencia específico explicar porqué λ no depende del sistema de coordenadas elegido.

Recordatorio: el área del paralelogramo asociado a un par de vectores linealmente independiente de $\mathbb{R}^2$ es el determinante de dichos vectores.

3. Sea $f : \mathbb{P}^2 \to \mathbb{P}^2$ la homografía que deja fijos todos los puntos de la recta de ecuación $L := \{\mathrm{x}_0 + 2\mathrm{x}_1 + 3\mathrm{x}_2 = 0\}$, transforma el punto $[0 : 0 : 1]$ en $[3 : -6 : 4]$ y deja invariantes todas las rectas que pasan por el punto $P_0 := [1 : -2 : 1]$.

(i) Obtener la matriz de f respecto de la referencia proyectiva estándar de $\mathbb{P}^2$.

(ii) Calcular el conjunto de los puntos fijos de f.

Nombre:		Calificación
Apellidos:		
DNI/Alias		
Titulación		

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**

Mini-parcial (120 minutos): 19 de Noviembre de 2018

Instrucciones: Se deberá entregar únicamente este block con cuatro hojas con la solución del ejercicio. Podéis utilizar todas la hojas de sucio que deseéis pero sólo recogeré este block. Deberéis escribir tanto vuestro nombre como el alias con el que queráis que aparezca vuestra calificación. Podéis usar los enunciados de apartados no resueltos para resolver otros siempre que no hagáis bucles. El ejercicio 1 vale 4 puntos, los otros dos 3 puntos cada uno.

1. Sean $\triangle ABC$ un triángulo y los puntos D, E y F situados, respectivamente, en los lados AB, BC y CA, de modo que

$$\overrightarrow{DB} = 3\overrightarrow{AD}, \quad \overrightarrow{EC} = 3\overrightarrow{BE} \quad \text{y} \quad \overrightarrow{CF} = 3\overrightarrow{FA}.$$

Sean ℓ_1, ℓ_2 y ℓ_3, respectivamente, las rectas que unen A con E, B con F y C con D. Sean

$$M := \ell_1 \cap \ell_3, \quad N := \ell_1 \cap \ell_2 \quad \text{y} \quad P := \ell_2 \cap \ell_3.$$

Determinar la relación λ entre el área de $\triangle MNP$ y el área de $\triangle ABC$. En caso de utilizar coordenadas con respecto a un sistema de referencia específico explicar porqué λ no depende del sistema de coordenadas elegido.

Recordatorio: el área del paralelogramo asociado a un par de vectores linealmente independientes de $\mathbb{R}^2$ es el determinante de dichos vectores.

2. Consideramos los planos de $\mathbb{P}^5$:

$$\pi_1 := \begin{cases} \mathtt{x}_0 + \mathtt{x}_1 + \mathtt{x}_2 + \mathtt{x}_3 + \mathtt{x}_4 + \mathtt{x}_5 = 0, \\ \mathtt{x}_2 - \mathtt{x}_3 = 0, \\ \mathtt{x}_0 = 0, \end{cases} \qquad \text{y} \quad \pi_2 := \begin{cases} \mathtt{x}_0 - \mathtt{x}_1 + \mathtt{x}_2 - \mathtt{x}_3 + \mathtt{x}_4 - \mathtt{x}_5 = 0, \\ \mathtt{x}_2 - \mathtt{x}_4 = 0, \\ \mathtt{x}_0 + \mathtt{x}_3 + \mathtt{x}_5 = 0 \end{cases}$$

y el punto $P := [0 : 0 : 0 : 0 : 1 : 2] \in \mathbb{P}^5$.

(i) Probar que $\pi_1 + \pi_2 = \mathbb{P}^5$.

(ii) Demostrar que existe una única recta L que pasa por P y corta a π_1 y π_2.

(iii) Encontrar ecuaciones implícitas de la recta L del apartado anterior.

3. En el plano proyectivo $\mathbb{P}^2$ se consideran las rectas de ecuaciones $L_1 := \{\mathtt{x}_0 + \mathtt{x}_1 + \mathtt{x}_2 = 0\}$ y $L_2 := \{\mathtt{x}_0 - \mathtt{x}_1 = 0\}$.

(i) Calcular las matrices respecto de la referencia proyectiva estándar de $\mathbb{P}^2$ de todas las homografías $f : \mathbb{P}^2 \to \mathbb{P}^2$ que cumplen $f(L_1) = L_2$ y $f(L_2) = L_1$ y dejan invariantes todas las rectas que pasan por el punto $P_0 := [1 : 2 : 0]$.

(ii) Calcular los conjuntos de puntos fijos de cada una de ellas.