MATEMÁTICAS BÁSICAS Entrega tercera

1. Sean A un conjunto no vacío, $\mathcal{P}(A)$ el conjunto de sus partes y $B \in \mathcal{P}(A)$ que no es ni el vacío ni A. Determina si la aplicación $f : \mathcal{P}(A) \to \mathcal{P}(A)$ dada por $f(D) = D \cap B$ es inyectiva, suprayectiva y/o biyectiva, $f^{-1}(\{B\})$ y cuál es la imagen $Im(f)$.

2. Se define en $\mathbb{R}^2$ la relación $(x, y)R(a, b)$ si y solo si existe $n \in \mathbb{Z}$ tal que $n - 1 < x \leq n$ y $n - 1 < a \leq n$. Demuestra que es una relación de equivalencia. Describe la clase de equivalencia del punto $(1/2, 2)$, del punto $(-4, 3)$ y del punto $(\pi, -1)$. Representa gráficamente el conjunto cociente. ¿Es numerable el conjunto cociente?

MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega

1. Sean A un conjunto no vacío, $\mathcal{P}(A)$ el conjunto de sus partes y $B \in \mathcal{P}(A)$ que no es ni el vacío ni A. Decide si la aplicación $f : \mathcal{P}(A) \to \mathcal{P}(A)$ dada por $f(D) = D \cup B$ es inyectiva, suprayectiva y/o biyectiva. Determina $f^{-1}(\{B\})$ e $Im(f)$.

2. Se define en $\mathbb{R}^2$ la relación $(x, y)R(a, b)$ si y solo si $x^2 = a^2$. Demuestra que R es una relación de equivalencia. Describe las clases de equivalencia $[(0, 0)]$, $[(1, -2)]$, $[(-1, 2)]$ y $[(\pi, 1)]$. Describe la clase de un punto cualquiera $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Describe el conjunto cociente $\mathbb{R}^2/R$. Estudia si asignar a cada clase $[(x, y)] \in \mathbb{R}^2/R$ el número real x define una aplicación con dominio $\mathbb{R}^2/R$.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega

1. Sean $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y la función $f : A \times B \to C$ definida por
$$f((a, b)) = \begin{cases} 2a & \text{si } a < b \\ b & \text{si } a > b \\ a + b & \text{si } a = b \end{cases}$$
¿Es la aplicación f inyectiva? ¿es f sobreyectiva? Calcula $f^{-1}(\{1, 3, 5\})$, $f(f^{-1}(\{5\}))$, $f(f^{-1}(\{4, 5\}))$ y $f((f(3, 2), f((f(3, 2), f(2, 3)))))$. Si $D = \{(a, b) \in A \times B : a + b = 6\}$, determina $f^{-1}(f(D))$.

2. En el plano cartesiano $\mathbb{R}^2$ se considera la relación dada por $(x_1, y_1)\mathcal{R}(x_2, y_2)$ si y sólo si $x_1 - x_2 \in \mathbb{Z} \wedge y_1 - y_2 \in \mathbb{Z}$. Prueba que $\mathcal{R}$ una relación de equivalencia en $\mathbb{R}^2$. ¿Cuáles son los elementos que pertenecen a la clase del $(0, 0)$? ¿Y a la del $(1/2, 7/3)$? Demuestra que toda clase de equivalencia tiene un representante que pertenece al cuadrado con vértices en $(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)$.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega

1. Sean $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ y $g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ dadas por $f(m, n) = \min\{m, n\}$ y $g(m, n) = m^2 + n$. Determina las imágenes por f de $\mathbb{N} \times \{2\}$, $\{5\} \times \mathbb{N}$ y por g de $\mathbb{Z} \times \{0\}$, $\{0\} \times \mathbb{Z}$. Calcula $f^{-1}(\{n\})$, con $n \in \mathbb{N}$ y $g^{-1}(\{-m\})$, con $m \in \mathbb{N}$. Decide si f y/o g son inyectivas, suprayectivas y/o biyectivas.

2. En $\mathbb{N}$ considera la relación $\mathcal{R}$ definida por $a\mathcal{R}b$ si y sólo si el último dígito de a y de b es el mismo. Prueba que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia. ¿Cuántas clases tiene $\mathbb{N}/\mathcal{R}$? Estudia si asignar a cada clase $[a]$ el número $a + 1$ define una aplicación $h : \mathbb{N}/\mathcal{R} \to \mathbb{Z}$. ¿Y asociar a cada clase $[a]$ el número 1 si a es par y el número -1 si a es impar?