

Una Aplicación Bayesiana a la Modelización de Mercados

(Problema planteado por BAYES INFERENCE, S.A.)

Exposición del problema:

Se considera un mercado con la siguiente configuración;

- Una empresa A a la que llamaremos incumbente que posee la mayor cota de dicho mercado y que mantiene precios mayores que sus competidores.
- Una empresa B que disputa la incumbencia a la empresa A pero que tiene una cuota menor que aquella y vende a menores precios.
- Una colección de pequeñas empresas que agrupamos en C. Estas empresas no se diferencian entre si y compiten exclusivamente en precio.

La anterior descripción se adapta bien a muchos mercados distintos, tanto en bebidas refrescantes cómo en otros productos de gran consumo. En el estado de equilibrio a estudiar, los productos A y B han conseguido una diferenciación adecuada. Cada consumidor en el período t puede consumir una unidad del producto A, o del producto B, o de alguno de los productos englobados en la categoría C, o puede no consumir ningún producto. Los consumidores tienen una función de utilidad cardinal, de forma que asignan una utilidad a cada producto alternativo. El gasto tiene una utilidad negativa que se mide en la unidad monetaria correspondiente. El consumidor i tiene, por tanto, la siguiente función de utilidad

$$u_i(x) \quad x \in \{a, b, c\}$$

El consumidor i compra una unidad del producto x si y solo si

$$(u_i(x) \geq p(x)) \wedge ((u_i(x) - p(x)) \geq (u_i(y) - p(y))), \quad y \neq x$$

Los oferentes no conocen la función de utilidad de los consumidores excepto por la propia demanda agregada. La demanda de los competidores se conoce sólo con cierto grado de precisión. Cada oferente estima la propia función de demanda considerando, las demandas observadas a distintos precios, propios y de la competencia, donde las cantidades demandadas por la competencia se observan, como se ha dicho, con incertidumbre.

De acuerdo con la estimación de la propia demanda los distintos oferentes ajustan los precios para obtener el máximo beneficio.

En este simple tipo de mercado pueden encontrarse equilibrios estáticos. La existencia de equilibrios de Nash, depende del hecho de que las funciones de utilidad de cada consumidor se generan por un mecanismo aleatorio. Naturalmente, no todas las familias de funciones de utilidad posibles generan equilibrios estáticos, pero con independencia en la generación de la utilidad de cada marca o con dependencia negativa, estos equilibrios se pueden obtener, lo que explica el notable grado de estabilidad relativa que estos mercados tienen en la práctica.

Esquema del trabajo a realizar:

- 1) Escribir una forma funcional que relacione las demandas de los diferentes incumbentes para el mercado descrito.
- 2) Desarrollar una forma de estimación mediante simulación bayesiana que permita determinar la probabilidad *a posteriori* de los diferentes parámetros que aparecen en la formulación anterior.

Profesor coordinador del problema:

Miguel Angel Gómez Villegas.