

Contagio y matrices estocásticas

1. Cierta grupo de población está sufriendo una epidemia. En un día dado, cada persona está sana o enferma. De las personas sanas, el 95 % seguirán sanas al día siguiente. De las enfermas, el 55 % seguirán enfermas al día siguiente.

- a. ¿Qué porcentajes de población sana y enferma son invariantes a lo largo del tiempo?
- b. Demuestra que, tras mucho tiempo, los porcentajes de sanos y enfermos tienden a los hallados en el apartado anterior, independientemente del dato inicial $\begin{pmatrix} s_0 \\ e_0 \end{pmatrix}$.

2. Demuestra que para toda matriz estocástica el 1 es siempre autovalor. Demuestra que toda matriz estocástica posee vectores fijos no nulos. [Rec: $A = (a_{ij}) \in M_n(\mathbb{R})$ se dice *estocástica* si $a_{ij} \geq 0, \forall i, j$ y $\sum_{i=1}^n a_{ij} = 1, \forall j$.]