

## Álgebra Lineal. Grupo B. 02/07/2019. Examen Extraordinario

*Duración: 3 horas. Instrucciones: Entrega las respuestas en orden: primero la pregunta 1, después la pregunta 2, etc. Empieza una hoja de papel con cada pregunta. Numera todas las hojas y anota el total de hojas que entregas. Cuando uses enunciados o definiciones tratados en clase, EXPLÍCALO CONCISAMENTE. Se valorará la precisión, la claridad y completitud de los argumentos y el buen uso de la lengua. No está permitido el uso de ningún aparato electrónico personal (móvil, calculadora, etc.). Se pueden usar 5 hojas-resumen que satisfagan los requerimientos publicados en el Campus Virtual. El examen está valorado en 10 puntos.  $\mathbb{K}$  denota un cuerpo.*

Haz la teoría y 4 ejercicios de tu elección.

1. (TEORÍA: 3 puntos) Define matriz (a) elemental, (b) regular, (c) diagonal, (d) diagonalizable por semejanza, (e) de Jordan. Relaciona las nociones anteriores entre sí y pon ejemplos. Enuncia con toda precisión un resultado relativo a alguna de las clases de matrices anteriores, indicando sobre qué cuerpo trabajas.

2. (1.6 puntos) Sean  $A, B$  matrices cuadradas. Demuestra que si  $I - AB$  es regular, entonces  $I - BA$  es regular. [Indicación: una posibilidad es usar núcleos y autovectores.]

3. (1.6 puntos) Determina los valores de  $a, b \in \mathbb{R}$  para que

$$A_{a,b} = \begin{pmatrix} a+b & a & a \\ a & a+b & a \\ a & a & a+b \end{pmatrix}$$

sea una matriz ortogonal. Describe con palabras la isometría dada por  $A_{a,-1}$ .

4. (1.6 puntos) Calcula la norma de la proyección ortogonal del vector  $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  sobre el plano  $M$  de ecuación  $3x + 4z = 0$ . Calcula el simétrico de  $v$  respecto de dicho plano.

5. (1.6 puntos) En  $\mathbb{R}^2$  se considera la aplicación afín  $f$  dada por la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & | & 0 & 0 \\ - & & - & - \\ 1 & | & 0 & -1 \\ -3 & | & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Comprueba que  $f$  es un movimiento y exprésalo como composición de traslación y simetría. Demuestra que  $f$  no tiene puntos fijos. (1 punto extra) Haz una representación gráfica de  $f$ .

6. (1.6 puntos) Mediante a lo sumo un giro y una traslación, halla el centro y la excentricidad de la cónica de ecuación  $6x^2 + y^2 - 4xy + 4x/\sqrt{3} + 8y/\sqrt{3} - 8 = 0$ . (1 punto extra) Dibuja la cónica en todos los sistemas de referencia utilizados.