

Ejercicio Escrito de Curvas Algebraicas. 28 de marzo de 2012

Todas las curvas se toman sobre el cuerpo de los números complejos.

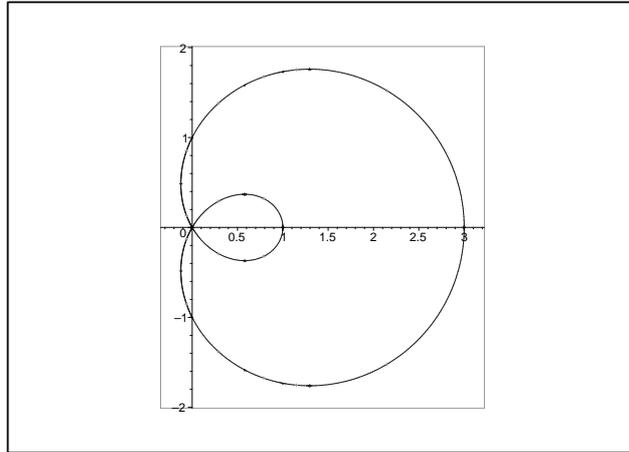


FIGURA 1. Limaçon de Pascal.

La curva \mathcal{C} de ecuación polar $r = 1 + 2 \cos \alpha$ se denomina *limaçon de Pascal*.

- Demostrar que es una curva algebraica, irreducible de grado cuatro.
- Hallar el cono tangente a \mathcal{C} en el origen.
- Hallar los puntos de \mathcal{C} en el infinito y demostrar que son singulares.
- En $\mathbb{P}\mathbb{C}^2$, hallar los puntos de intersección de la clausura proyectiva $\overline{\mathcal{C}}$ con cada una de las rectas que pasan por el punto $P_3 = (0 : 0 : 1)$ y la multiplicidad de intersección en los mismos. ¿Existe alguna recta que tenga en P_3 multiplicidad de intersección 3 con $\overline{\mathcal{C}}$? Razonar la respuesta.
- Comparar la *Limaçon de Pascal* con la *Cardioide*, de ecuación polar $r = 1 - \cos \alpha$ y ecuación cartesiana $(X^2 + Y^2 + X)^2 - X^2 - Y^2 = 0$. ¿Qué diferencias y parecidos encuentras entre ambas curvas?

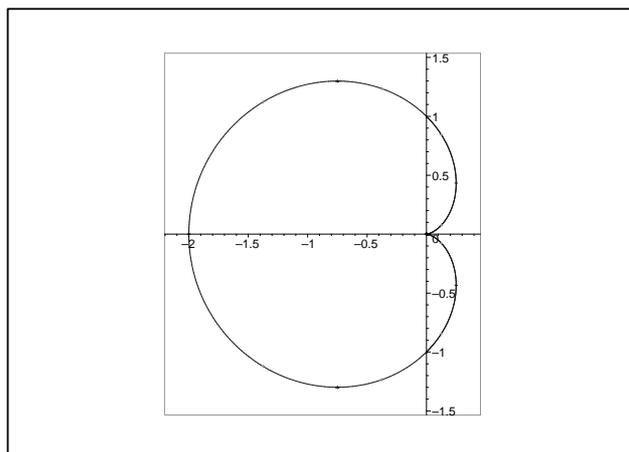


FIGURA 2. Cardioide.