Historia del Álgebra Lineal

M.J. de la Puente
Dpto. Álgebra, Fac. Matemáticas, UCM, Madrid
mpuente@mat.ucm.es

Seminario de Historia de las Matemáticas 2013–14

The Mac Tutor History of Mathematics Archive (U. St. Andrews, Escocia)
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/

PROBLEMAS–FUENTE

- Problemas primitivos (medidas, calendarios, herencias, etc.) $\rightsquigarrow$ Sistemas de ecuaciones lineales (coefs. y sols. en $\mathbb{Z}$ ó $\mathbb{Q}$)
- Cónicas (cambio de ejes para obt. ecuación reducida) $\rightsquigarrow$ Aplicación (transformación o sustitución) lineal
- Formas cuadráticas (coeficientes) $\rightsquigarrow$ Matriz simétrica $\rightsquigarrow$ Matriz
- Números complejos $\rightsquigarrow$ Cuaternios $\rightsquigarrow$ Vectores
- Curvas algebraicas (¿cuántos puntos necesitamos para determinar, de modo único, una curva de grado n que pase por ellos?)
  2 (para recta, $n = 1$), 5 en posición general (para cónica, $n = 2$) $\rightsquigarrow$ Sistemas de ecuaciones lineales (coefs. en $\mathbb{R}$ ó $\mathbb{C}$)
- Rectas tangente/normal a una curva plana en un punto liso $\rightsquigarrow$ Ecuación lineal
- Cuerda vibrante (discretización: n pesos en una cuerda) $\rightsquigarrow$ Valores y vectores propios
- Volumen de tetraedro $\rightsquigarrow$ Producto vectorial o exterior

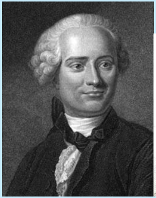
ORÍGENES: HASTA S. XVII

- Babilonia (desde II milenio a.C.): Sistemas de 2 ec. lin. 2 incógnitas: $x/7 + y/11 = 1,\ 6x/7 = 10y/11$
- China (dinast. Han, s. III a.C.): Nueve Capítulos del Arte Matemática$\rightsquigarrow$ Sistemas de 4 ec. lin. 4 incógnitas:5 corderos, 4 patos, 3 pollos y 2 conejos valen 1496 monedas, 4 corderos, 2 patos, 6 pollos y 3 conejos valen 1175 monedas, 3 corderos, un pato, 7 pollos y 5 conejos valen 958 monedas, 2 corderos, 3 patos, 5 pollos y un conejo valen 861 monedas. Dime cuál es el precio de un cordero, un pato, un pollo y un conejo. $\rightsquigarrow$ ELIMINACIÓN GAUSSIANA!$\rightsquigarrow$ Matriz de coefs.
- Diofanto de Alejandría (Grecia s. III), Aryabhata (India s. V), Al–Khowarizmi (Cult. Islam. s. IX) $\rightsquigarrow$ Sistemas de ec. lin. $\rightsquigarrow$ Eliminación
- G. Cardano (Italia 1501–1576) Ars Magna 1545 $\rightsquigarrow$ Regula modo (parecida a Regla de Cramer para 2 ec. y 2 incog.)
- J. de Witt (Holanda 1625–1672) Elementos of Curvas 1649, 1660 $\rightsquigarrow$ Cambio de ejes en cónica para obtener ec. reducida $\rightsquigarrow$ Transf. lineal

s. XVII: los primeros DETERMINANTES

- Seki Kowa (Japón 1642–1708) Método para resolver problemas difíciles 1683 $\rightsquigarrow$ Sist. ecuaciones algebraicas $\rightsquigarrow$ Determinantes, Resultantes, Eliminación
- G. W. Leibniz (Alemania 1646–1716) Carta a L'Hôpital, 28/04/1693
  - problema–fuente: rectas tg. y normal a curva en pto.
  - $\begin{cases} 10+11x+12y &= 0 \\ 20+21x+22y &= 0 \\ 30+31x+32y &= 0 \end{cases}$ tiene solución porque
    $10\cdot 21\cdot 32+11\cdot 22\cdot 30+12\cdot 20\cdot 31 = 10\cdot 22\cdot 31+11\cdot 20\cdot 32+12\cdot 21\cdot 30,$
  - y la sol. puede expresarse en términos de dets.
  - notación: doble subíndice

s. XVIII



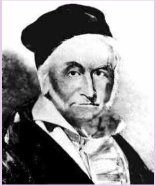
- D'Alembert 1747 ⇝ Valor propio ⇝ Problema–fuente: mov. de cuerda con masas (Ecuación de ondas) ⇝ D. Bernoulli
- Maclaurin Tratado de Algebra 1748 ⇝ Método resolver sist. de ec. lineales con $n \leq 4$ incógnitas, usando dets.
- G. Cramer Introducción al estudio de curvas algebraicas 1750 Primera publ. sobre dets. en Europa ⇝ Generalización para n cualq. ⇝ Regla de Cramer ⇝ Problema–fuente: Cónica por 5 puntos dados
- E. Bézout Sobre el grado de las ecuaciones resultantes de la eliminación de incógnitas 1767 ⇝ Dets., sist. ec. lineales, $Ax = 0$ tiene sol. no nula si y solo si $\det(A) = 0$ ⇝ Problema–fuente: Curvas

s. XVIII (cont.)

- Vandermonde 1776 ⇝ Extensión y sistematización teoría dets., métodos de cálculo, !No se ha encontrado en su obra el llamado det. Vandermonde!
- Laplace 1779 ⇝ Discusión de sistemas ⇝ Regla de Laplace (desarrollo de det. por una fila o col.)
- Lagrange 1775, 1778 ⇝ Teoría para mat. 3 x 3, $\det(A^2) = \det(A)^2$, fórmula vol. tetraedro usando det., ecs. homogéneas, Polinomio característico, Problemas–fuente: Volumen tetraedro, ecs. dif. lineales coef. constantes
- Euler 1776 ⇝ Vector propio ⇝ Teorema: cuando una esfera se mueve alrededor de su centro, siempre se puede encontrar un diámetro cuya dirección tras el movimiento es la misma que en la posición inicial

S. XVIII–XIX: PER ELIMINATIONEM VULGAREM

 C. F. Gauss (Alemania 1777–1855)

- Disquisitiones Arithmeticae 1801⇝ Coefs. de forma cuadrática en disp. rectangular ⇝ mutiplicación matrices, m. inversa
- 1809 Problemas–fuente: Determinar órbita de cierto cuerpo celeste, Geodesia ⇝ sist. lineal ecs. ⇝ . . .per eliminationem vulgarem. . ⇝ Método de mínimos cuadrados (también Legendre) *¡esto es otro tema!*
- Método de ortog. de Gram–Schmidt en forma matricial es: dada A existen Q, U con Q ortogonal, U triang. sup. $A = QU$ ⇝ en lugar de resolver $Ax = b$ resolvemos $Ux = Q^t b$ (¡más fácil!)
- Carta a C.L. Gerling 26/12/1823⇝ Método iterativo para $Ax = b$

s. XIX

- Cauchy (Francia 1789–1857) 1812 acuña determinante $\rightsquigarrow$ menor adjunto, $\det(AB) = \det(A)\det(B)$, 1826 autovalores, diagonalización de formas cuadráticas (*tableau*), mat. semejantes, demuestra: simétrica $\Rightarrow$ diagonalizable ¿son suyas todas estas ideas?
- Jacobi (Alemania 1804–1851) $\rightsquigarrow$ 1841 Teoría de dets. (en 3 tratados) ¡difusión! Kronecker 1850 y Weierstrass 1860 $\rightsquigarrow$ det. como función multilineal alternada Teoría de determinantes 1903
- Hamilton (Irlanda 1805–1865)$\rightsquigarrow$ ¿Producto de ternas? $\rightsquigarrow$ Cuaternios $\rightsquigarrow$ Vectores

S. XIX y S.XX: Espacio vectorial

- H. G. Grassmann (Alemania 1809–1877) Teoría de las extensiones, 1844, reescrito 1861 Olvidarse del producto (de tuplas) y conformarse con producto por escalares!!!
  - nociones: esp. vect., subespacio, independencia lineal, dimensión, $\dim U + \dim V = \dim(U+V) + \dim(U \cap V)$ Fórmula de Grassmann, prod. escalar, prod. exterior, ortogonalidad
  - Gauss, Möbius, Kummer no lo valoran; Cremona, Hankel, Clebsch, Klein, Cartan, Peano reconocen su talento
- G. Peano (Italia 1858–1932) Cálculo Geométrico 1888 $\rightsquigarrow$ def. axiomática esp. vect. (de dimensión no neces. finita), def. aplicación lineal, noción de estructura alg.

¿Y los vectores? s. XIX

- A. Möbius, 1790–1868Cálculo baricéntrco, 1827 $\rightsquigarrow$Geom. analítica afín y proyectiva, transf. proyectivas
- J.C. Saint–Venant, 1797–1886 Ingeniero y prof. $\rightsquigarrow$ Cálculo vectorial similar al de Grassmann, 1945, (ideas de 1832) $\rightsquigarrow$ disputa
- G. Bellavitis, 1803–1868 $\rightsquigarrow$ Alg. debe estar fundada en Geomtr. $\rightsquigarrow$ segmentos equipolentes en el plano. $\rightsquigarrow$ Influye en Grassmann

s. XIX: matrices

- Eisenstein 1844 $\rightsquigarrow$ sustituciones lineales: suma, resta, multiplicación ¡no conmutativa!
- Sylvester 1850,1884 $\rightsquigarrow$ acuña matriz, noción de nulidad de una mat.
- Cayley 1841, 1851, 1858 Memoria sobre la teoría de matrices $\rightsquigarrow$ notación $|\cdot|$, mat. inversa, aplicaciones a formas. cuadr. y a transf. lineales, Teorema de Cayley–Hamilton ($n = 2, 3$ Cayley; $n = 4$ Hamilton; n general Frobenius 1878)
- Hermite 1855 $\rightsquigarrow$ Mat. hermíticas$\rightsquigarrow$ Forma reducida de una sustitución lineal
- Jordan 1870 Tratado sobre sustituciones y ecuaciones algebraicas $\rightsquigarrow$ (sobre cuerpos finitos) Forma canónica de Jordan
- Frobenius 1878 Sobre sustituciones lineales y formas bilineales (no conoce obra de Cayley) $\rightsquigarrow$ rango (en term. de dets.), mat. canónica (representante de una clase), mat. ortogonal

s. XX

- Hilbert $\rightsquigarrow$Espacios de Hilbert $\rightsquigarrow$ ortogonalidad
- Toeplizt $\rightsquigarrow$ teoría de dets. no necesaria para principales result. de alg. lineal $\rightsquigarrow$ esps. vect. dimensión infinita
- Banach 1922 $\rightsquigarrow$ Esp. de Banach $\rightsquigarrow$ esp. dual
- TEXTOS INFLUYENTES: Gibbs: Análisis vectorial 1901, Bôcher: Introducción al álgebra superior 1907, Turnbull: Teoría de determinantes, matrices e invariantes 1928, van der Waerden: Algebra Moderna, 1930 Banach: Teoría de operadores lineales, 1932 Aitken–Turnbull: Introducción a la teoría de matrices canónicas, 1932, Birkhoff–MacLane: Survey de Algebra Moderna, 1941, Halmos: Espacios finito–dimensionales, 1942 Mirsky: Introducción al álgebra lineal, 1955, Malcev: Fundamentos de Álgebra Lineal, 1948

¡Muchas gracias!