MÉTODOS NUMÉRICOS

Hoja 13. Interpolación e integración numéricas

1 Dado $n \in \mathbb{N}$, determinar el valor que se obtiene al aproximar las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int_0^{2n} x^{2n}\cos(2\pi x)\,dx.$

b) $\displaystyle\int_0^{2n} x^{2n+1}\cos(2\pi x)\,dx.$

c) $\displaystyle\int_0^{2n} \left(a_{2n+1}x^{2n+1} + a_{2n}x^{2n} + \cdots + a_1 x + a_0\right)\cos(2\pi x)\,dx \quad (a_i \in \mathbb{R},\ i = 0, 1, \ldots, 2n+1).$

mediante la fórmula de Newton–Côtes cerrada de $2n+1$ puntos.

2 Determinar la fórmula abierta de Newton–Côtes de un punto (denominada *fórmula del punto medio*). Hallar la expresión de la *regla del punto medio compuesta.*

3 Sea $\Delta = \{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ una partición equiespaciada de $[a, b]$ con

$$h = \frac{b-a}{n} \ \text{ y } \ x_i = a + ih$$

para $i = 0, 1, \ldots, n$. Para aproximar $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$ se puede considerar la interpolación mediante funciones *spline* cúbicas. Encontrar una fórmula de integración aproximada en función de $f(x_i)$ y los momentos M_i de una función *spline* cúbica $S_\Delta(y, \cdot)$ siendo

$$y_i = f(x_i)$$

para $i = 0, 1, \ldots, n$.