

Métodos Numéricos, Grupo C
Examen Final, 3 de Febrero 2016

Duración: 3 horas. Todas las preguntas valen igual. El examen vale 8 puntos. Cuando uses enunciados o definiciones vistos en clase, explícalo clara y concisamente.

SE VALORARÁ, ADEMÁS DE LA CORRECCIÓN DE LOS RESULTADOS, LA CLARIDAD DE LA EXPOSICIÓN, LA JUSTIFICACIÓN DE LOS PLANTEAMIENTOS Y DE LOS CÁLCULOS Y LA UTILIZACIÓN ADECUADA DE LA LENGUA.

1. Determinar el número que, en precisión simple, tiene la representación $100001011110 \dots^{(21)} 0$.

(A) $7/4 \times 2^{10}$, (B) $-1,85 \times 2^{11}$ (C) $-1,65 \times 2^{-117}$
(D) $-1,70 \times 2^{-117}$, (E) $-1,75 \times 2^{-116}$ (F) ninguna de las anteriores

2. Demostrar que el polinomio $P(x) = x^7 + x^4 + x^2 + 26x - 4$ tiene una única raíz ξ real positiva. Encontrar un intervalo $[a, b]$ y una función f contractiva en $[a, b]$ que permitan aproximar dicha raíz ξ por el Método de Punto Fijo. Acotar superiormente el error absoluto $|x_3 - \xi|$, donde $x_n = f(x_{n-1})$ y $x_0 = (a + b)/2$.

3. Halla la *factorización de Cholesky* $A = BB^t$ de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$, con $b_{11} < 0$, $b_{22} > 0$ y $b_{33} > 0$ y úsala para resolver, mediante dos remontes, el sistema lineal $Ax = b$, donde $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Escribe tus resultados aquí: $B = \begin{pmatrix} & 0 & 0 \\ & & 0 \end{pmatrix}$, $B^t x = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$.

4. Sean $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ó \mathbb{C} y $A = (a_{ij}) \in M_2(\mathbb{K})$, con $a_{11}a_{22} \neq 0$. Escribir las matrices de los métodos de Jacobi y de Gauss–Seidel, calcular sus polinomios característicos y sus radios espectrales. Demostrar que ambos métodos convergen si y sólo si $|a_{12}a_{21}| < |a_{11}a_{22}|$.

5. Hallar el polinomio de interpolación P_3 de la función $f(x) = \sin x$, en el intervalo $[0, 3\pi/2]$, con abscisas de interpolación equiespaciadas $x_0 = 0$, $x_1 = \pi/2$, $x_2 = \pi$, $x_3 = 3\pi/2$.

6. Se calcula $\int_0^\pi e^x \sin x dx$ por la fórmula de los trapecios cerrada compuesta, con $m = 40$ subintervalos. ¿ El error absoluto es, en valor absoluto, inferior a (A) una décima, (B) una centésima, (C) una milésima, (D) ninguno de los anteriores?

valores aproximados:

$$e^{\pi/4} \simeq 2,193280, e^{\pi/2} \simeq 4,810477, e^\pi \simeq 23,140692, \sqrt{2} \simeq 1,414213$$