

Métodos Numéricos, Grupo C
Examen Final, 7 de Febrero 2017

Duración: 3 horas. Todas las preguntas valen igual. El examen vale 8 puntos. Debes hacer 5 ejercicios, al menos. Cuando uses enunciados o definiciones vistos en clase, explícalo clara y concisamente. No está permitido el uso de ningún aparato electrónico personal (móvil, calculadora, etc.) Esta permitido el uso de MATLAB en un ordenador común. Está permitido el uso de 10 hojas-resumen que no contengan ejemplos ni soluciones de ejercicios y que hayan sido elaboradas por el alumno que las usa. No se admiten fotocopias de 10 hojas-resumen.

SE VALORARÁ, ADEMÁS DE LA CORRECCIÓN DE LOS RESULTADOS, LA CLARIDAD DE LA EXPOSICIÓN, LA JUSTIFICACIÓN DE LOS PLANTEAMIENTOS Y DE LOS CÁLCULOS Y LA UTILIZACIÓN ADECUADA DE LA LENGUA.

1. Sabemos que MATLAB trabaja en precisión doble y que denota por $realmax$ el máximo número normal positivo. Determina la representación del número $-realmax/2$. **Rodea tu respuesta aquí.**

$$(A) 001 \overset{(9)}{\dots} 101 \overset{(52)}{\dots} 1, \quad (B) 001 \overset{(9)}{\dots} 1001 \overset{(51)}{\dots} 1, \quad (C) 101 \overset{(9)}{\dots} 1001 \overset{(51)}{\dots} 1$$

$$(D) 101 \overset{(9)}{\dots} 101 \overset{(52)}{\dots} 1, \quad (E) 11 \overset{(10)}{\dots} 10001 \overset{(50)}{\dots} 1, \quad (F) \text{ninguna de las anteriores}$$

2. a) Comparando las gráficas de las funciones $y = \cos x$ e $y = -x$, encuentra un intervalo cerrado $[\alpha, \beta]$ donde la función $F(x) = \cos x + x$ tenga una única raíz negativa ξ .
- b) Encuentra un intervalo $[a, b]$ donde se pueda aplicar el Método de Newton para aproximar ξ .
- c) Calcula las iteraciones x_0, x_1 y acota superiormente el error $e_1 = |x_1 - \xi|$. ¿Puedes demostrar $e_1 \leq \pi^2/2^5$?

Escribe tus soluciones aquí: a) $[\alpha, \beta] =$ b) $[a, b] =$ c) $x_0 =$ $x_1 =$ $cota =$
 respuesta SI o NO

3. Sea $A \in M_n(\mathbb{C})$ una matriz hermítica definida positiva y sea $A = BB^*$ una factorización de Cholesky. Demuestra

- a) $\rho(B) = \rho(B^*)$,
- b) $\|A\|_2 = \rho(A)$,
- c) $\|B\|_2 = +\sqrt{\rho(A)}$,
- d) $\|A\|_F \leq \text{tr}(A)$,
- e) $\|B\|_F = +\sqrt{\text{tr}(A)}$.

4. Consideremos el sistema lineal $Au = b$, con matriz $A = (a_{ij}) \in M_2(\mathbb{C})$ inversible y vector de términos independientes $b \in M_{2 \times 1}(\mathbb{C})$ dados. Demuestra que el *método de Jacobi* para resolver el sistema anterior proporciona la solución exacta en un número finito de pasos si y sólo si A es triangular.
5. Halla el polinomio de interpolación P_3 de la función $f(x) = x + \cos x$ con abscisas de interpolación $x_0 = -\pi$, $x_1 = -\pi/2$, $x_2 = 0$, $x_3 = \pi/2$. **Escribe tu respuesta aquí:** $P_3(x) =$
6. Calcula un valor aproximado de la integral $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$ con un error absoluto, en valor absoluto, inferior a una centésima. **Escribe aquí tus respuestas:**
- a) Fórmula empleada:
 - b) m número de subintervalos:
 - c) valor aproximado de I :