Métodos Numéricos, Grupo C

Convocatoria Extraordinaria, 13 de Septiembre 2016

Duración: 3 horas. Todas las preguntas valen igual. El examen vale 8 puntos. Debes hacer 5 ejercicios, al menos. Cuando uses enunciados o definiciones vistos en clase, explícalo clara y concisamente. ***No está permitido el uso de ningún aparato electrónico personal (móvil, calculadora, etc.)*** *Esta permitido el uso de MATLAB en un ordenador común. Está permitido el uso de 10 hojas–resumen que no contengan ejemplos ni soluciones de ejercicios y que hayan sido elaboradas por el alumno que las usa. No se admiten fotocopias de 10 hojas–resumen.*

SE VALORARÁ, ADEMÁS DE LA CORRECIÓN DE LOS RESULTADOS, LA CLARIDAD DE LA EXPOSICIÓN, LA ***JUSTIFICACIÓN DE LOS PLANTEAMIENTOS Y DE LOS CÁLCULOS*** *Y LA UTILIZACIÓN ADECUADA DE LA LENGUA.*

1. Halla la representación, en precisión simple, del número $5,5 \times 2^{10}$.

   (A) $1100010110110\overset{20)}{\dots}0$, (B) $0100010010110\overset{20)}{\dots}0$ (C) $0100010110110\overset{20)}{\dots}0$

   (D) $0100010110111\overset{20)}{\dots}1$, (E) $0110010110110\overset{20)}{\dots}0$ (F) ninguna de las anteriores

2. Sea
$$F(x) = 2 + x - \ln x - e^x, \quad x > 0.$$
   Demuestra que F tiene una única raíz positiva ξ y encunetra un intervalo cerrado $[a, b]$ que la contenga y donde se pueda aproximar ξ, mediante el *Método de Newton*, dando las dos primeras iteraciones x_0 y x_1.

   Escribe aquí tu solución: $[a, b] =$ $\qquad x_0 =$ $\qquad x_1 =$

3. Halla una *factorización* $PA = LU$ de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, y úsala para resolver, *mediante dos remontes*, el sistema lineal $Ax = b$, donde $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$. Escribe tus resultados aquí: $P = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$, $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix}$,

   $U = \begin{pmatrix} & & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$, $PA = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$, $PAx = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$.

4. Sean $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ó $\mathbb{C}$ y $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a_{22} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{K})$, con $a_{22} \neq 0$. Escribir las matrices J y $\mathcal{L}_1$ de los *métodos de Jacobi y de Gauss–Seidel*, calcular sus polinomios característicos y sus radios espectrales. ¿Qué valores de a_{22} hacen que ambos métodos converjan? A continuación, queremos resolver el sistema lineal $Au = b$, con $b \in M_{2\times 1}(\mathbb{K})$ dado, por el *método de Jacobi*:

tomando $u^0 = b$, se genera una sucesión de vectores $\{u^k\}_{k\in\mathbb{N}\cup\{0\}}$. ¿Es cierto que $u^2 = (J^2 + J + I)b$? Demostración o contraejemplo. Escribe tus resultados aquí:

$$J = \begin{pmatrix} \quad & \quad \end{pmatrix}, \quad \mathcal{L}_1 = \begin{pmatrix} \quad & \quad \end{pmatrix}, \quad \rho(J) = \qquad , \rho(\mathcal{L}_1) =$$

Ambos métodos convergen si y sólo si ________________________________

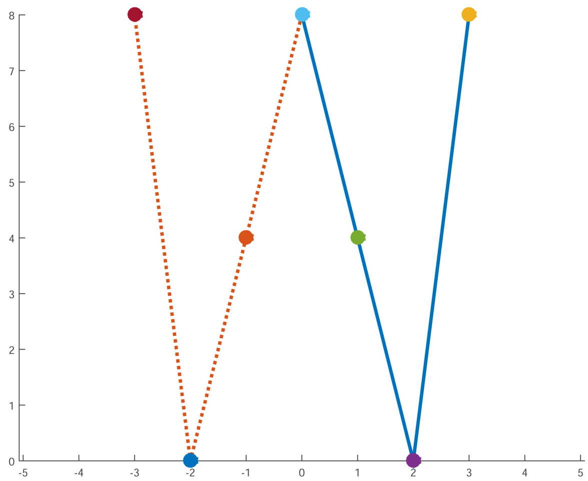
Cierto o falso ya que ____

5. Determina una función spline cúbica

$$S(x) = \begin{cases} b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3, & x \in [-3, 0], \\ a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3, & x \in [0, 3] \end{cases}$$

que interpola la letra W de la figura en los puntos señalados. ¿Es única? ¿Por qué? Traza, aproximadamente, la gráfica de $S(x)$ sobre la figura.

Escribe tu solución aquí: $S(x) =$



6. Se calcula la integral $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \ln(\operatorname{sen} x)dx$ por la *fórmula de los trapecios cerrada compuesta (o regla de los trapecios cerrada)*. Determina un número m de subintervalos suficiente para que el error absoluto sea, en valor absoluto, inferior a una décima.

Valores aproximados: $\pi^3 \simeq 31{,}0063$, $\pi^4 \simeq 97{,}4091$, $\sqrt{6} \simeq 2{,}4495$.

Escribe tu solución aquí: $m =$