Métodos Numéricos, Grupo C

Convocatoria Extraordinaria, 15 de Septiembre 2017

Duración: 3 horas. Todas las preguntas valen igual. El examen vale 8 puntos. Debes hacer 5 ejercicios, al menos. Cuando uses enunciados o definiciones vistos en clase, explícalo clara y concisamente. ***No está permitido el uso de ningún aparato electrónico personal (móvil, calculadora, etc.)*** *Esta permitido el uso de MATLAB el ordenador comunitario. Está permitido el uso de 10 hojas–resumen que no contengan ejemplos ni soluciones de ejercicios y que hayan sido elaboradas por el alumno que las usa. No se admiten fotocopias de 10 hojas–resumen.*

SE VALORARÁ, ADEMÁS DE LA CORRECCIÓN DE LOS RESULTADOS, LA CLARIDAD DE LA EXPOSICIÓN, LA ***JUSTIFICACIÓN DE LOS PLANTEAMIENTOS Y DE LOS CÁLCULOS*** *Y LA UTILIZACIÓN ADECUADA DE LA LENGUA*.

1. Sabemos que MATLAB trabaja en precisión doble y que MATLAB denota por *realmin* el mínimo número normal positivo. Determina la representación del número 2^9*realmin*. **Rodea la respuesta correcta.**

   (A) $1010\overset{61)}{\cdots}0$, (B) $0010\overset{61)}{\cdots}0$, (C) $00110\overset{60)}{\cdots}0$

   (D) $001110\overset{59)}{\cdots}0$, (E) $0010\overset{60)}{\cdots}01$, (F) ninguna de las anteriores

2. Demuestra que se puede aplicar el teorema del Punto Fijo de Banach a la función $f(x) = 2+\ln x$ en el intervalo $[2, e^2]$ para encontrar la única raíz que la ecuación $2 + \ln x = x$ tiene en dicho intervalo. Comenzando con $x_0 = 2$, calcula x_1 y demuestra que el error n–simo e_n está acotado superiormente por $\frac{\ln 2}{2^{n-1}}$.

   Escribe aquí tus resultados: constante de contractividad $k =$ $\qquad x_1 =$

3. Halla una *factorización de Cholesky* $A = BB^*$ de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1-i \\ 1 & -1+i & 6 \end{pmatrix}$, con $b_{11} > 0$, $b_{22} > 0$ y $b_{33} > 0$ y úsala para resolver, **mediante dos remontes**, el sistema lineal $Ax = b$, donde $b = \begin{pmatrix} 2 \\ i \\ 7+2i \end{pmatrix}$. **Escribe tus resultados aquí**: $B = \begin{pmatrix} & 0 & 0 \\ & & 0 \\ & & \end{pmatrix}$, $B^*x = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$.

4. Halla el polinomio de interpolación P_3 de la función $f(x) = 2 + \ln x$ con abscisas de interpolación $x_0 = e$, $x_1 = e^2$, $x_2 = e^3$, $x_3 = e^4$.

   Escribe aquí tu resultado:

   $P_3 =$

5. Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & -1 \\ 1 & \alpha & -1 \\ 1 & -1 & \alpha \end{pmatrix}$, con $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcula

   a) $\det(A)$,

   b) la matriz J de Jacobi de A (por puntos), su polinomio característico P_J, sus autovalores $sp(J)$ y su radio espectral $\varrho(J)$. *[Ayuda: calcular* $\det(J - TI)$ *es parecido a calcular* $\det(A)$*]*

   c) ¿para qué valores de α converge el método de Jacobi (por puntos)?

   Escribe aquí tus respuestas:

   a) $\det(A) =$,

   b) $J = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ $\qquad P_J =$ $\qquad sp(J) = \{ \quad \}$ $\qquad \varrho(J) =$

   c) valores de α para los que hay convergencia:

6. Calcula un valor aproximado de la integral $I = \int_1^2 (\ln x)^2 dx$ con un error absoluto, en valor absoluto, inferior a una milésima. **Escribe aquí tus respuestas:**

   a) Fórmula empleada:

   b) m número de subintervalos:

   c) valor aproximado de $I \simeq$

   [Ayuda: Se sabe que $\ln 2 \simeq 0{,}6931$*]*