Estructuras algebraicas. Hoja 3

18-Octubre-2013

1. En S_8 calcular los productos que se indican y decir si alguno de ellos es un ciclo:
   a) $(145)(78)(257)$
   b) $(1327)(486)$
   c) $(12)(478)(21)(72815)$.

2. ¿Cuantos r-ciclos hay en S_5, para $1 \leq r \leq 5$?

3. Si σ es un r-ciclo, ¿es σ^2 también un r-ciclo?.

4. Dar un ejemplo de dos trasposiciones cuyo producto sea un 3-ciclo.

5. Sea σ un r-ciclo de S_n. Probar que σ^r es la aplicación identidad.

6. Sea $\sigma := (123456)$. Hallar σ^{27} y descomponerlo en producto de ciclos disjuntos.

7. Considérense las siguientes permutaciones de S_6: $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$,
   $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$, y $\mu = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$.
   Calcular: $\sigma\tau$, $\sigma\tau^2$, $\sigma^2\mu$, $\tau\sigma^{-2}$, $\sigma\tau\sigma^{-1}$.

8. Dadas las permutaciones $\sigma = (12)(34)$ y $\tau = (56)(13)$, encontrar una permutación ρ tal que $\rho\sigma\rho^{-1} = \tau$.

   ¿Existe alguna permutación σ tal que $\sigma(123)\sigma^{-1} = (13)(57)$?

9. Dar un ejemplo de tres permutaciones en S_5, α, β, γ tales que: $\alpha\beta = \beta\alpha$, $\alpha\gamma = \gamma\alpha$, pero $\beta\gamma \neq \gamma\beta$

10. Descomponer en ciclos disjuntos la permutación

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 7 & 8 & 10 & 6 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

    de S_{10}, calcular su orden, su paridad y encontrar σ^{10}.

11. Calcular el orden y la paridad de cada una de las permutaciones siguientes:

    $\alpha := (456)(567)(671)(123)(234)(345)$,

    $\beta := (45)(431)$,

    $\gamma := (345)(234)(123)(671)(567)(456)$.

12. Sean

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 9 & 12 & 8 & 11 & 6 & 7 & 5 & 3 & 2 & 4 & 10 & 1 \end{pmatrix}$$

y

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 1 & 3 & 4 & 6 & 8 & 5 & 10 & 12 & 11 & 9 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

dos permutaciones de S_{12}. Calcular $\sigma^4\tau^8$, y encontrar su orden y su paridad.

13. ¿ Cuántos elementos de orden 10 tiene el grupo simétrico S_9?

¿Son conjugados entre sí todos los elementos de orden 10 de S_9?