# DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA

**GRADO DE QUÍMICAS: Estadística y Cálculo Numérico**

Segundo control. 19 de Mayo 2014. Grupo C

---

**Apellidos y Nombre:** Resoluciones

---

1. (1 pt) ¿Cuántas palabras de 4 letras se puede construir a partir de la palabra FIESTA? (una letra no se puede usar más de una vez, ejemplos: FIES, IEST)

FIESTA → 6 letras PALABRA 4 letras: _ _ _ _

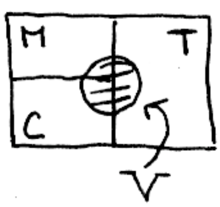
posibles: 6 5 4 3

Variaciones:

$$V_{n,k} = n(n-1)\dots(n-k+1) = 6\cdot5\cdot4\cdot3 = \underline{\underline{360}} \text{ palabras}$$

2. (1.5 pts) La probabilidad de que el vehículo que pase por cartera en cierto punto sea un turismo es 0,5; de que sea un camión es 0,3 y de que sea una moto es 0,2. Las probabilidades de superar la velocidad máxima son: 0,06 para un turismo, 0,02 para un camión y 0,12 para una moto. Calcular la probabilidad de que un vehículo elegido al azar supere la velocidad permitida.

T – turismo, C – camión, M – moto, V – velocidad superior




$$P(V) = P(T\cap V) + P(C\cap V) + P(M\cap V)$$

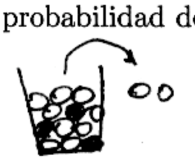
$$P(V|T) = \frac{P(V\cap T)}{P(T)} \Rightarrow P(V\cap T) = 0{,}06\cdot 0{,}5 = 0{,}03$$

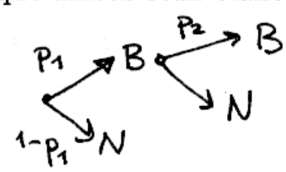
$$P(V|C) = \frac{P(C\cap V)}{P(C)} \Rightarrow P(C\cap V) = 0{,}02\cdot 0{,}3 = 0{,}006$$

$$P(V|M) = \frac{P(V\cap M)}{P(M)} \Rightarrow P(V\cap M) = 0{,}12\cdot 0{,}2 = 0{,}024$$

$$P(V) = 0{,}03 + 0{,}006 + 0{,}024 = \underline{0{,}06}$$

3. (1 pt) Tenemos una urna con 10 bolas blancas y 3 negras. Si extraemos dos bolas (sin reponer), ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean blancas?




$$P(2 \text{ blancas}) = p_1\cdot p_2 = \frac{10}{13}\cdot\frac{9}{12} = \frac{15}{26} \approx \underline{\underline{0{,}577}}$$

$$p_1 = \frac{10}{13};\ p_2 = \frac{9}{12}$$

4. (1.5 pts) La variable aleatoria $X$ puede tomar los valores $-3, 0, 1$. Sabiendo que $P(X=-3) = 0{,}2$; $P(X=0) = 0{,}4$ se pide calcular: a) $P(X=1)$, b) $E[X]$ y c) $V(X)$.

(a) $P(X=-3) + P(X=0) + P(X=1) = 1 \Rightarrow P(X=1) = 1 - 0{,}2 - 0{,}4 = \underline{\underline{0{,}4}}$

(b) $E[X] = \mu = \sum_{i=1}^{3} x_i p_i = -3\cdot 0{,}2 + 0\cdot 0{,}4 + 1\cdot 0{,}4 = \underline{\underline{-0{,}2}}$

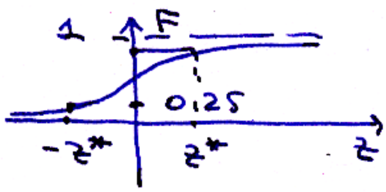
(c) $V[X] = E[X^2] - \mu^2 = \sum_{i=1}^{3} x_i^2 p_i - \mu^2 = 9\cdot 0{,}2 + 0\cdot 0{,}4 + 1\cdot 0{,}4 - 0{,}2^2 = 1{,}8 + 0{,}4 - 0{,}04 = \underline{\underline{2{,}16}}$

5. (1.5 pt) Sea $X \sim N(1,1)$ una variable aleatoria. Calcular el valor de $\lambda$ tal que $P(X > \lambda) = 0{,}75$.

$$P(X>\lambda) = 1 - P(X \le \lambda) = 1 - P(Z+1 \le \lambda) = 1 - F(\lambda - 1)$$

$\boxed{Z = \dfrac{X-1}{1} \sim N(0,1) \text{ estándar}}$ $\quad 1 - F(\lambda-1) = 0{,}75 \Rightarrow$

$F(\lambda - 1) = 0{,}25$ (No aparece en la tabla)




$F(\lambda-1) = 1 - F(1-\lambda) = 0{,}25$

$F(1-\lambda) = 0{,}75$ (TABLA) $\Rightarrow$

$1 - \lambda = 0{,}67 \Rightarrow \underline{\lambda = 0{,}33}$

6. (1 pt) Si $X$ es una variable aleatoria binomial $\mathrm{Bin}(n,p)$. Escribir las fórmulas para:

$P(X=k) = \dfrac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$

$\mu_X = np$ $\qquad\qquad$ $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)}$

7. (1.5 pts) Lanzamos un dado 400 veces. Estimar la probabilidad de sacar el número 6 menos de 90 veces.

$X =$ "número de 6" $\sim \mathrm{Bin}(400, \frac{1}{6}) \approx N(\mu, \sigma)$

$\mu = np = 400/6 \simeq 66.67 \qquad \sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{400 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} \approx 7{,}45$

$P(X > 90) = 1 - P(X \le 90) = 1 - P(7.45 Z + 66.67 \le 90) =$

$\boxed{Z = \dfrac{X - 66.67}{7.45} \sim N(0,1) \text{ var. estandar}}$ $\quad = 1 - P\left(Z \le \dfrac{90 - 66.67}{7.45}\right) = 1 - F(3{,}13)$

$= 1 - 0.9991 = 0{,}0009$

CORRECCIÓN: 23/05/14

Se pide $P(X<90) = F(3{,}13) = 0.9991$

8. (1 pt) Sean $f(x)$ una función de densidad y $F(x)$ la función de distribución correspondiente. Cataloga las siguientes afirmaciones como verdaderas o falsas (V=Verdadero, F=Falso):

a) $f'(x) = F(x)$: F

b) $\int_{-\infty}^{\infty} F(x)dx = 1$: F

c) $F(2) \ge F(1)$: V

d) $\lim_{x\to\infty} F(x) = 1$: V

e) $f(x)$ puede ser mayor que 1: V